

Mémoire de Master 2
Année 2016-2017

Mention Économie de l'Environnement, de l'Énergie et des
Transports
Parcours Environnement

**Viabilité des systèmes agro-pastoraux
de savane d'Afrique de l'Ouest.
Cas du bassin arachidier au Sénégal.**

Côme RENAUDIER

Encadré par

Dominique MASSE

UMR Eco&Sols
Écologie fonctionnelle & bio-
géochimie des sols et agro-
systèmes

Marie-Hélène DURAND

UMR GRED
Gouvernance, Risque,
Environnement,
Développement

Résumé

L'agriculture en Afrique de l'ouest, qui occupe plus de la moitié de la population dans cette région, est aujourd'hui soumise à de nombreuses contraintes environnementales, démographiques et sociales. La durabilité des systèmes agricoles traditionnels, à faible niveau d'intrants et de mécanisation, en est remise en cause. Au Sénégal, de nombreux travaux de recherche prennent place dans le but d'intensifier les cultures et de permettre aux systèmes traditionnels associant agriculture, élevage et gestion des arbres de s'adapter au contexte écologique et économique. La théorie de la viabilité peut offrir une lecture éclairante de ces systèmes agro-sylvo-pastoraux particulièrement contraints. En fournissant un formalisme mathématique rigoureux pour identifier les formes d'organisation à même de perdurer dans le temps, elle apporte un point de vue différent des études entreprises jusqu'à maintenant sur ces problèmes.

Ce rapport propose une modélisation des agro-systèmes du bassin arachidier au Sénégal et son étude dans le cadre de la viabilité avec un exemple d'application à la problématique de la séquestration du carbone. Les noyaux de viabilité calculés pour deux scénarios climatiques différents mettent en évidence une densité de population critique pour ces systèmes et une forte sensibilité aux conditions environnementales. Ces résultats soulignent le besoin de se tourner davantage vers l'amélioration de la résilience du système face aux aléas climatiques plutôt que vers une recherche d'intensification des cultures qui semble compromise dans ce cadre. L'intérêt pour ces agro-systèmes à séquestrer du carbone devra pour sa part être rigoureusement démontré si l'on ne veut pas compromettre leur durabilité en les plaçant sur des trajectoires non viables.

Table des matières

Résumé

Liste des figures

Liste des tableaux

Liste des abréviations

1	Introduction	1
1.1	Description générale des agro-systèmes étudiés	1
1.1.1	Climat	1
1.1.2	Caractéristiques géologiques	3
1.1.3	Évolution des agro-systèmes du bassin arachidier	4
1.1.3.1	La période pré-coloniale : le terroir céréalier ancien	4
1.1.3.2	Le XIX ^{ème} siècle et la période coloniale : l'insertion de l'arachide	5
1.1.3.3	Période de l'indépendance : le terroir saturé	6
1.1.4	Cadre de l'étude	8
1.2	La théorie de la viabilité	8
2	Matériels et méthodes	11
2.1	Description du code	11
2.1.1	Outils de modélisation	11
2.1.2	Variables d'état et contrôles	12
2.1.3	Fonction de dynamique	14
2.1.4	Contraintes de viabilité	15
2.2	Description du modèle	15
2.2.1	La sphère sociale	17
2.2.2	La sphère végétale	19
2.2.2.1	Champ de case	20
2.2.2.2	Champ de brousse	21
2.2.2.3	Savane	26
2.2.3	La sphère animale	26
2.2.4	La contrainte carbone	29
2.2.5	Approche des incertitudes	30
3	Résultats	32
3.1	Noyaux de viabilité sans contrôle ni contrainte carbone	33
3.2	Noyaux de viabilité avec contrôles mais sans contrainte carbone	39

3.3	Noyaux de viabilité avec contrôles et contrainte carbone	45
4	Discussion	52
4.1	Portée des résultats	52
4.1.1	Analyse démographique	53
4.1.2	L'importance des incertitudes climatiques	54
4.1.3	La question du carbone	54
4.2	Limites du modèle	55
4.2.1	Cadre de la modélisation	55
4.2.1.1	Omission des considérations sociales et foncières	55
4.2.1.2	Absence des intrants et de l'embouche bovine	56
4.2.1.3	Rôle négligé du parc arboré	56
4.2.2	Dynamique et fonctionnement	57
4.2.2.1	Conception de la fertilité du champ de brousse	57
4.2.2.2	Population constante	58
4.2.2.3	Autonomie alimentaire	58
	Conclusion	59
	Bibliographie	60
	Annexes	63
A	Paramètres du modèle	64
B	Relation entre intensité de fumure et rendement de mil dans le champ de case	66
C	Relation entre la fertilité du champ de brousse et le rendement de mil	67
D	Relation entre la fertilité du champ de brousse et le rendement en fourrage de la jachère	68
E	Calculs de M et W	69
F	Rapport de conversion entre culture de rente et bétail	71
G	Cycle métabolique du bétail	72

Liste des figures

1.1	Différents terrains du Sénégal	2
1.2	Évolution des isohyètes	3
1.3	Schéma de l'organisation du terroir céréalier ancien	4
1.4	Schéma de l'organisation du terroir après insertion de l'arachide	6
1.5	Schéma de l'organisation du terroir saturé	7
2.1	Schéma du métabolisme à l'échelle du village	15
2.2	Schéma du métabolisme de la sphère sociale	17
2.3	Schéma du métabolisme de la sphère végétale	19
2.4	Schéma du métabolisme du champ de case	20
2.5	Schéma du métabolisme du champ de brousse	21
2.6	Représentation théorique de la relation entre la durée de jachère et la productivité du sol	25
2.7	Schéma du métabolisme de la savane	26
2.8	Schéma du métabolisme de la sphère animale	27
3.1	Coupes 3D du noyau de viabilité sans contrôle ni contrainte carbone pour R=1	35
3.2	Évolution de la proportion d'états viables avec la densité de population dans le cas sans contrôle ni contrainte carbone	36
3.3	Coupes 3D du noyau de viabilité sans contrôle ni contrainte carbone pour R=0.5	38
3.4	Coupes 3D du noyau de viabilité avec contrôles mais sans contrainte carbone pour R=1	41
3.5	Évolution de la proportion d'états viables avec la densité de population dans le cas avec contrôles mais sans contrainte carbone	42
3.6	Coupes 3D du noyau de viabilité avec contrôles mais sans contrainte carbone pour R=0.5	44
3.7	Coupes 3D du noyau de viabilité avec contrôles et contrainte carbone pour R=1	47
3.8	Évolution de la proportion d'états viables avec la densité de population dans le cas avec contrôles et contrainte carbone	48
3.9	Coupes 3D du noyau de viabilité avec contrôles et contrainte carbone pour R=0.5	50
B1	Relation entre l'intensité de fumure et les rendements du mil dans différents champs	66
C2	Rendement en maïs (ramené au rendement maximal) en fonction de l'indicateur de fertilité <i>I</i>	67

D3	Évolution de la biomasse herbacée en fonction de l'âge de la jachère . . .	68
D4	Nuage de points formé par les couples (I, H_j)	68
E5	Évolution de l'équivalent UN/hab sur la période 1960-2015	69
E6	Évolution de l'équivalent UTH/hab sur la période 1960-2015	70
F7	Nuages de points formé par les couples de prix de l'arachide à la tonne et du bétail à l'UBT	71
G8	Évolution des quantités quotidiennes de matière organique volontaire- ment ingérée (MOVI) et fécale excrétée (MOFE) par les bovins selon la saison	72
G9	Nuage de points formé par les couples (MOVI,MOFE)	72

Liste des tableaux

2.1	Rotation culturale en fonction de s_j	23
2.2	Position du bétail en fonction de la saison	27
A1	Valeurs des paramètres utilisés dans le modèle	65
C2	Valeur du paramètre correctif en fonction de s_j	67
E3	Équivalent UN en fonction de l'âge et du sexe de l'individu	69
E4	Équivalent UTH en fonction de l'individu	69

Liste des abbréviations

Acronyme	Définition
MO	Matière Organique
MOFE	Matière Organique Fécale excrétée
MOVI	Matière Organique Volontairement Ingérée
MS	Matière Sèche
UBT	Unité de Bétail Tropical (1 UBT=250 kg de poids vif)
UN	Unité à Nourrir
UTH	Unité de Travail Humain
ZCIT	Zone de Convergence Inter-Tropical

Chapitre 1

Introduction

1.1 Description générale des agro-systèmes étudiés

Il existe au sein des systèmes agricoles familiaux du Sénégal une diversité qu'il est difficile de rassembler sous un formalisme commun. Outre les variations propres à la géographie comme les quantités de précipitations ou les espèces et variétés de végétaux et d'animaux intégrées dans le système, les populations ont adopté des stratégies d'adaptation au changement différentes en fonction de leurs origines, des configurations foncières et démographiques, etc. Ainsi, certains villages préfèrent l'embouche bovine à l'élevage divagant, d'autres utilisent des engrais chimiques et de nouvelles cultures comme la pastèque font leur apparition.

On propose dans cette partie de fournir une description générale des conditions écologiques du pays avant de s'attarder sur le cas des systèmes agricoles du bassin arachidier (voir figure 1.1) qui ont servi de référence pour le modèle développé dans cette étude.

1.1.1 Climat

Le Sénégal est localisé dans la zone de climat tropical à longue saison sèche. Cette situation a de fortes implications pour l'activité agricole, conditionnée par des précipitations qui sont regroupées sur une période de quatre mois. Les paysans distinguent



FIGURE 1.1 – Différents terrains du Sénégal

communément quatre saisons principales (Pélissier, 1966) : le *nor* (février → avril), cœur de la saison sèche sous un ciel clair avec des températures augmentant progressivement ; le *tiorone* (fin avril → fin juin), où les températures culminent et où l'arrivée de filets d'air humide régénère les arbres et installe un printemps avant les premières pluies ; le *navêt* (juillet → fin octobre) que l'on appelle également saison des pluies ou hivernage et qui accueille l'ensemble de l'activité agricole ; le *lollo* (novembre → fin janvier), une arrière-saison plus fraîche.

En fonction de la latitude et de la distance à la mer, le pays offre des précipitations et des régimes de températures différents. Sur la côte, l'alizé austral apporte une atmosphère humide et modère les températures. En allant vers l'intérieur des terres, c'est l'*harmattan*, un alizé continental transportant l'air chaud et sec du Sahara, qui devient progressivement dominant et impose de fortes températures et une atmosphère sèche. À la confluence de ces alizés se trouve la zone de convergence intertropicale (ZCIT), une ceinture oscillant au cours de l'année autour de l'équateur et qui provoque les pluies lors de son passage. Lorsque que l'on se déplace vers le nord, on observe d'une part un raccourcissement de la saison des pluies avec un passage écourté de la ZCIT, d'autre part un amincissement de la mousson (comme masse d'air) sous l'effet de l'affrontement entre l'alizé austral et l'harmattan ce qui complique la formation de pluies. Ces deux facteurs expliquent le gradient latitudinal de précipitations orienté vers le sud mis en évidence sur la figure 1.2 avec des moyennes sur deux périodes distinctes.

On remarque le glissement des isohyètes vers le sud au cours des cinquante dernières années en lien avec une détérioration climatique forte.



FIGURE 1.2 – Évolution des isohyètes (Cormier et al., 2000)

L'agriculture au Sénégal étant principalement pluviale, ce sont les précipitations qui expliquent les différences de pratiques et en particulier la variété de céréales cultivables. Ainsi, tandis que seuls les mils hâtifs sont cultivés au nord du Sénégal, la gamme s'élargit progressivement jusqu'à la Casamance où des cultures de sorgho, de maïs et de riz sont envisageables. Par ailleurs, la diminution des précipitations s'accompagne d'une irrégularité croissante et implique un risque accru pour les rendements.

1.1.2 Caractéristiques géologiques

Les sols du Sénégal sont majoritairement de type ferrugineux tropical. Leur évolution pédogénétique s'est traduite, entre autres, par un appauvrissement des réserves en nutriments, une sensibilité croissante à l'érosion et un lessivage des argiles. Le résultat est un sol à texture grossière, généralement pauvre en nutriments et qui retient difficilement l'eau.

lement l'eau. Les hommes ont au cours du temps développé des systèmes de culture adaptés à ces contraintes permettant d'assurer une production alimentaire suffisante et durable. Le système agro-sylvo-pastoral mis en œuvre par les Sereer au centre du Sénégal en était une illustration.

1.1.3 Évolution des agro-systèmes du bassin arachidier

André Lericollais offre à travers l'exemple des paysans sereers¹ une description éclairante de l'évolution des systèmes agricoles (Lericollais, 1999). Il distingue quatre périodes marquées par des transformations sociales, politiques et écologiques : la période pré-coloniale (Origine du peuplement → 1848), le XIX^{ème} siècle, la période coloniale (1891 → 1960) et la période de l'indépendance (1960 → aujourd'hui).

Ces périodes sont à l'origine de mutations progressives du modèle agro-pastoral sereer. Trois stades d'évolutions peuvent être remarqués : le terroir céréalier ancien, l'insertion de l'arachide et le terroir saturé .

1.1.3.1 La période pré-coloniale : le terroir céréalier ancien

Des origines du peuplement jusqu'au milieu du XIX^{ème} siècle, l'agriculture est essentiellement vivrière. Le modèle ancien d'occupation de l'espace est structuré en trois auréoles (voir figure 1.3).

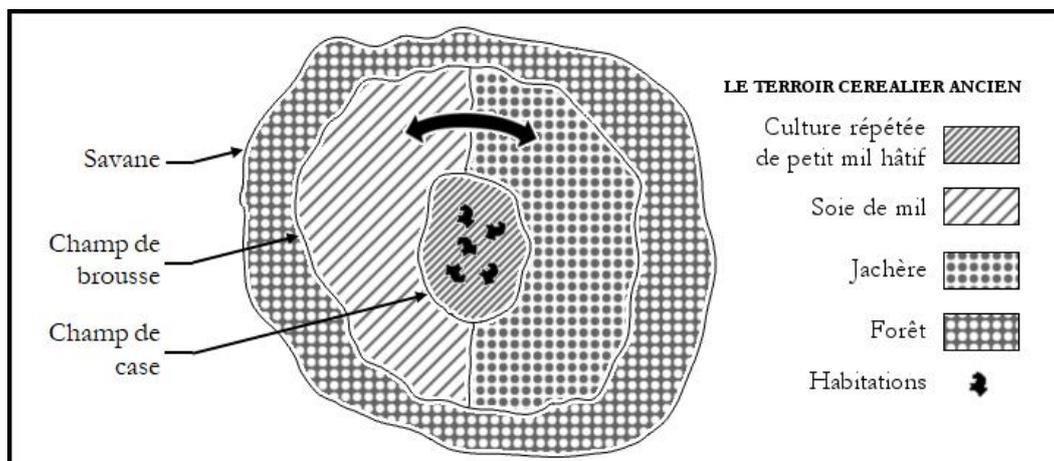


FIGURE 1.3 – Schéma de l'organisation du terroir céréalier ancien (Lericollais, 1999)

1. troisième ethnie du Sénégal, surtout présente dans le bassin arachidier

- L'auréole des **champs de case** ou *pombob* est située au plus près des habitations. Cette espace est dédié à la culture vivrière avec une culture continue de mil à cycle court et de haricots *niebe* en dérobé (au pied des plants de mil). La fertilisation de la terre est assurée à la fois par les déchets domestiques et par la fumure animale lors de la saison sèche (parcage nocturne).
- Autour de cet espace se trouve l'auréole des **champs de brousse**. On y cultive du mil à cycle long en alternance avec une jachère enclose. La fertilisation est assurée par la jachère, qui reconstitue les stocks de nutriments, ainsi que par la fumure animale, lorsque les animaux viennent pâturer sur la jachère pendant l'hivernage et lorsqu'ils y sont parqués en fin de saison sèche.
- En périphérie se trouve une zone non cultivée, que l'on appellera **savane**, constituée de brousse arbustive et de forêt. Cet espace fournit du bois pour les besoins énergétiques et de construction ainsi que du pâturage pour les bêtes.

1.1.3.2 Le XIX^{ème} siècle et la période coloniale : l'insertion de l'arachide

Avec l'abolition de la traite des esclaves en 1848, l'économie coloniale française est en recherche de nouveaux profits. C'est l'insertion du coton, dans la moitié sud du pays, et de l'arachide, sur l'ensemble du territoire, en grande culture qui va offrir cette nouvelle dynamique.

La culture de rente est mise en place dans le champ de brousse où la rotation devient triennale (voir figure 1.4).

La production d'arachide au Sénégal progresse rapidement. Elle atteint 100 000 tonnes au début du XIX^{ème} siècle, 200 000 à la veille de la première guerre mondiale, 500 000 au lendemain de la seconde et un million de tonnes en 1961 (Pélissier, 1966). Cette nouvelle culture réduit progressivement la surface de la savane, déjà en recul avec l'évolution démographique.

En tant que légumineuse, l'arachide peut fournir de l'azote au sol et devrait pouvoir contribuer au maintien de la fertilité des sols. Toutefois, sa logique de culture de rente entraîne une monétarisation de l'économie locale : le paysan est désormais inséré

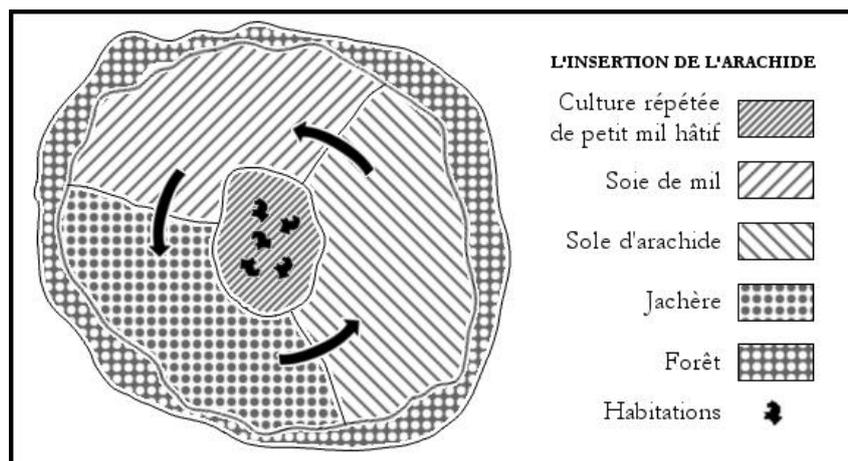


FIGURE 1.4 – Schéma de l'organisation du terroir après insertion de l'arachide (inspiré de Lericollais (1999))

dans un système marchand et soumis aux aléas de l'extérieur (subventions françaises, frais de ports, etc.). Pélissier note également un changement dans la relation que le paysan entretient avec sa terre : "Elle (la culture de l'arachide) perturbe la succession rationnelle des cultures et des temps de repos car elle s'applique trop souvent à des terres qui devraient être normalement en jachère. En outre, son caractère instable et révoicable incite ses bénéficiaires à se désintéresser de l'entretien du sol, à pratiquer des successions culturales ininterrompues et épuisantes, à négliger toutes les leçons qui ont permis aux Sérèr d'assurer la pérennité de leurs terroirs." (Pélissier, 1966).

1.1.3.3 Période de l'indépendance : le terroir saturé

Le Sénégal regagne progressivement son indépendance et devient République du Sénégal en août 1960. L'évolution des agro-systèmes lors de la période de l'indépendance est marquée par l'influence de multiples facteurs.

Tout d'abord, le Sénégal lance en 1965 une campagne de modernisation de l'agriculture ayant pour but l'augmentation des rendements d'arachide et de la productivité du travail. Cette modernisation passe par le développement de la culture attelée, de la fertilisation minérale et de l'utilisation de semences améliorées, le tout étant rendu possible par une facilitation d'accès au crédit rural. Ensuite, la forte croissance démographique implique des besoins toujours plus grands en céréales et en arachide : la population totale du pays double entre 1960 et 1985 en passant de 3,2 millions à 6,5

millions d'habitants (Banque Mondiale, 2017). Enfin, les conditions écologiques sont bouleversées par la sécheresse qui s'installe entre 1968 et 1985 (voir déplacement des isohyètes figure 1.2). Cette perturbation climatique diminue les rendements et augmente les risques sur l'investissement dans les cultures à hauts rendements, i.e dans l'intensification agricole (Affholder et al., 2015).

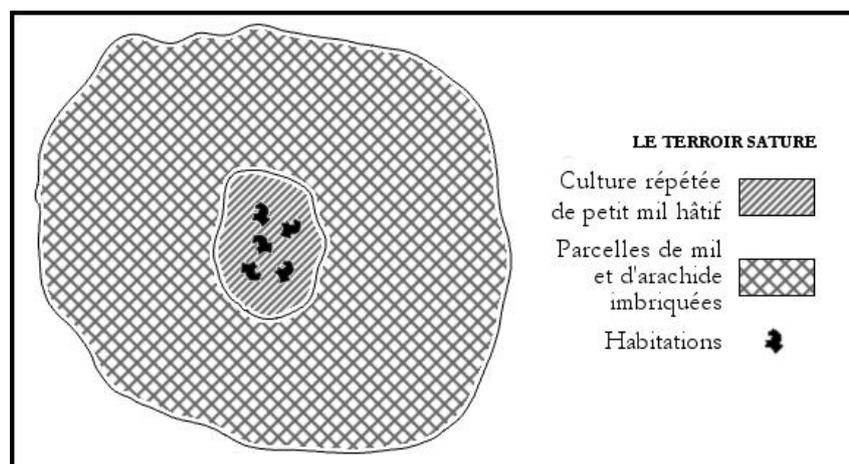


FIGURE 1.5 – Schéma de l'organisation du terroir saturé (Lericollais, 1999)

La conséquence principale de cet ensemble de facteurs est l'extension de la surface cultivée, moins risquée que la recherche de forts rendements, vitale pour garantir la satisfaction de besoins toujours plus grands et rendue possible par la culture attelée. Cette extension des surfaces cultivées s'effectue au dépend de la jachère et de la savane dont la disparition remet en cause la viabilité du système avec d'une part l'épuisement des sols et d'autre part la transhumance forcée du bétail lors de l'hivernage, voire en permanence, par manque de fourrage. En réaction à cette disparition des surfaces non cultivées, le développement du parc arboré avec l'augmentation de la densité d'*Acacia Albida* est observé (Lericollais, 1999; Pélissier, 1966). L'importance de cet arbre, qui fournit du fourrage lors de la saison sèche grâce à sa phénologie inversée et qui aurait un effet bénéfique sur les cultures, semble aller croissant.

En fonction de la zone considérée, le terroir en est à un stade différent de saturation. Dans le bassin arachidier, la jachère et la savane ont disparu et laisse place à un terroir totalement saturé (voir figure 1.5). La pratique de l'embouche bovine et l'apparition de nouvelles cultures sont constatées. Dans d'autres régions comme la Haute Casamance,

la jachère et la savane perdurent.

1.1.4 Cadre de l'étude

La présente modélisation se limite aux systèmes agricoles intégrant uniquement le mil en culture vivrière et l'arachide en culture de rente. Elle est particulièrement adaptée aux agro-systèmes observés dans le bassin arachidier depuis l'insertion de l'arachide (voir figure 1.4) jusqu'à la saturation du terroir (voir figure 1.5). Ce système est relativement représentatif des systèmes agricoles de ces régions intertropicales arides et semi arides avec cette organisation en auréoles reliées entre elles par des flux de matières orchestrés par les animaux et les récoltes.

1.2 La théorie de la viabilité

La théorie de la viabilité est une théorie mathématiques étudiant l'évolution des systèmes dynamiques sous contraintes et incertitudes. Elle a été initiée par Jean-Pierre Aubin à la fin des années 1970 en réponse aux lacunes des outils mathématiques utilisés en biologie et en sciences sociales. En effet, le point de départ de la théorie de la viabilité est le constat que la plupart des systèmes biologiques ou sociaux n'évoluent pas de façon déterministe mais plutôt de façon darwinienne : ils s'adaptent en permanence à leur environnement. Dans le cadre de la théorie de la viabilité, les évolutions sont gouvernées par des contrôles et soumises à des perturbations tout en étant contraintes à demeurer viables (Aubin, 2009).

Formellement, considérons un système dynamique où x représente l'état du système. La théorie de la viabilité élargit le cadre des évolutions déterministes, représentées par des équations différentielles $x'(t) = f(x(t))$, aux évolutions gouvernées par des inclusions différentielles $x'(t) \in F(x(t))$ qui font intervenir les fonctions multi-valuées. La viabilité, elle, se traduit par le respect de contraintes de viabilité : $x(t) \in K$ à tout temps t . Ce point de vue impose la création de nouveaux concepts que sont le noyau de viabilité, le bassin de capture, le temps de crise, le noyau d'invariance... (voir ??).

Cette théorie a trouvé des applications dans une grande diversité de domaines dont l'environnement (pêche, agriculture), la finance et la robotique.

Formalisme mathématique

Considérons le système dynamique \mathcal{S} défini comme suit :

$$\mathcal{S} \left\{ \begin{array}{l} x'(t) = F(x(t), u(t)) \\ u(t) \in U(x(t)) \text{ pour presque tout } t \geq 0 \end{array} \right.$$

Avec :

$x(t) \in X \subset \mathbb{R}^d$: État du système au temps t

$u(t)$: Contrôles au temps t

$U(x(t)) \subset \mathcal{U} \subset \mathbb{R}^p$: Ensemble des contrôles admissibles à l'état $x(t)$

$F : (X, \mathcal{U}) \rightsquigarrow X$: Fonction multi-valuée de dynamique

Notons $x(\cdot) : t \rightarrow x(t)$ une évolution du système. Du fait du caractère non déterministe du système (contrôles et des régulateurs), il peut exister plusieurs solutions de \mathcal{S} partant d'un même état initial x . On note $\mathcal{S}(x)$ l'ensemble des évolutions solutions de \mathcal{S} ayant pour état initial x :

$$\mathcal{S}(x) = \left\{ x(\cdot) \left| x(0) = x \text{ et } \left\{ \begin{array}{l} x'(t) = F(x(t), u(t)) \\ u(t) \in U(x(t)) \text{ pour presque tout } t \geq 0 \end{array} \right\} \right. \right\}$$

On définit enfin l'environnement K correspondant à l'ensemble des états $x \in X$ respectant les contraintes de viabilité.

Les méthodes mathématiques et algorithmiques développées dans le cadre de la viabilité offrent un ensemble de concepts et d'outils permettant l'étude de la durabilité des systèmes. Nous nous attarderons en particulier sur les notions suivantes que nous

utiliserons et qu'il convient de définir précisément :

Évolution viable : Une évolution $x(\cdot)$ est dite **viable** si elle est contenue dans l'environnement K .

Mathématiquement : $x(\cdot)$ est viable $\Leftrightarrow \forall t \geq 0, x(t) \in K$

Noyau de viabilité d'un environnement pour un système : Il s'agit de l'ensemble des états initiaux x_0 à partir desquels il existe **au moins une** évolution qui est solution de $\mathcal{S}(x_0)$ et viable à tout temps t .

Mathématiquement : $\text{Viab}_{\mathcal{S}}(K) = \{x_0 \in X \mid \exists x(\cdot) \in \mathcal{S}(x_0) \text{ tel que } \forall t \geq 0, x(t) \in K\}$

Carte de régulation : Le noyau de viabilité étant connu, la carte de régulation $\mathcal{R}_{\mathcal{S}}(K)$ donne pour chaque état viable $x \in K$ l'ensemble $\mathcal{R}_{\mathcal{S}}(x)$ des contrôles $u \in U(x)$ tel que les successeurs de x soient dans K .

Mathématiquement :

$\mathcal{R}_{\mathcal{S}}(K) : x \in K \rightsquigarrow \mathcal{R}_{\mathcal{S}}(x) = \{u \in U(x) \mid F(x, u) \in \text{Viab}_{\mathcal{S}}(K)\}$

Chapitre 2

Matériels et méthodes

Afin d'expliquer au mieux la modélisation développée pour cette étude, ce chapitre est articulé en deux temps. Dans une première partie (2.1), les outils et supports informatiques ainsi que les bases algorithmiques du modèle seront présentées. La seconde partie (2.2) propose une approche des agro-systèmes étudiés en termes de métabolisme et détaille l'ensemble des équations intervenant dans la modélisation.

2.1 Description du code

2.1.1 Outils de modélisation

Le code utilisé pour les calculs de viabilité fait partie de la suite logicielle VIABLAB en cours de développement et rédigée par Anya Desilles¹. Il s'agit d'une implémentation C/C++ basée sur la programmation orientée objet qui utilise l'algorithme de viabilité mis au point par Patrick Saint-Pierre (Saint-Pierre, 1994). Les données en sortie du logiciel ont été exploitées avec le logiciel Matlab pour réaliser les sorties graphiques.

Les environnements utilisés imposent des restrictions sur la modélisation. L'algorithme de viabilité réalise des calculs sur chaque point d'une grille discrétisée dont la taille augmente exponentiellement avec le nombre de variables d'état et la plage de valeurs explorées. Sur chacun de ces états, l'ensemble des contrôles est testée, d'où, là

1. ENSTA Paristech - Chercheur à l'UMA (Unité de Mathématiques appliquées)

encore, une complexité exponentielle liée à la dimension des contrôles. Cela a de fortes implications sur le temps de calcul, contraint par le nombre de simulations à effectuer durant le stage, et sur la taille des fichiers en sortie, limitée par les capacités de lecture du logiciel Matlab.

2.1.2 Variables d'état et contrôles

Représenter un système agro-pastoral complexe par un nombre limitée de variables d'état et de contrôle a constitué tout l'enjeu de cette tentative de modélisation. Un compromis entre fidélité au système et complexité du modèle a amené à choisir une modélisation du système agricole avec cinq variables d'état et quatre contrôles :

$$x = \begin{pmatrix} Y & : & \text{Population du village (hab)} \\ S_S & : & \text{Surface de savane (ha)} \\ S_B & : & \text{Surface du champ de brousse (ha)} \\ I & : & \text{Indicateur de fertilité du champ de brousse (\%)} \\ N_{UBT} & : & \text{Taille du cheptel (UBT)} \end{pmatrix}$$

$$u = \begin{pmatrix} \delta S_S & : & \text{Variation de la surface de savane (ha)} \\ \delta S_B & : & \text{Variation de la surface du champ de brousse (ha)} \\ s_J & : & \text{Part de jachère dans le champ brousse (\%)} \\ \delta N_{UBT} & : & \text{Variation de la taille du cheptel (UBT)} \end{pmatrix}$$

Chacun de ces vecteurs a été borné et discrétisé pour limiter les états et contrôles explorés² :

$$\begin{pmatrix} Y & \in & [0 : 1 : \frac{200 * S_{Tot}}{100}] \text{ hab} \\ S_S & \in & [0 : 1 : S_{Tot}] \text{ ha} \\ S_B & \in & [0 : 1 : S_{Tot}] \text{ ha} \\ I & \in & [0 : 0.01 : 1] \\ N_{UBT} & \in & [0 : 1 : \frac{200 * S_{Tot}}{100}] \text{ UBT} \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} \delta S_S & \in & [-\frac{5}{100} * S_{Tot} : 1 : 0] \text{ ha} \\ \delta S_B & \in & [-\frac{5}{100} * S_{Tot} : 1 : \frac{5}{100} * S_{Tot}] \text{ ha} \\ s_J & \in & [0 : \frac{1}{6} : 1] \\ \delta N_{UBT} & \in & [-2 : 1 : 2] \text{ UBT} \end{pmatrix}$$

2. $[a : b : c]$ désigne l'ensemble des valeurs $a + b * \mathbb{N}$ contenues dans l'intervalle $[a; c]$

Si les pas de discrétisation sont choisis de sorte à concilier précision et temps de calcul, les bornes supérieures et inférieures trouvent leur justification dans l'observation des états réels ou dans la conception du système :

Cas des variables d'état

- Les bornes supérieures de Y et N_{UBT} correspondent respectivement à des densités de 200 hab/km² et 200 UBT/km² et nous assurent de parcourir les états rencontrés dans le bassin arachidier.
- Les surfaces S_S et S_B sont naturellement positives et limités par la surface totale S_{Tot} appropriée par le village.
- Enfin l'indicateur de fertilité I est, par construction, compris entre 0 et 1 (voir partie 2.2.2.2).

Cas des contrôles

- La variation de la surface de la savane S_S est contrainte à être négative. Cela s'explique par le constat, jusqu'à maintenant, d'une réduction de la part de savane sur le terroir. De plus, la conversion d'un champ cultivée ou d'une jachère en savane s'effectue à l'échelle de la décennie ce qui n'est pas envisageable dans cette modélisation.
- La variation des surfaces S_S et S_B est limitée, en valeur absolue, à 5% de la surface totale. Cela permet de prendre en compte le travail de défriche que cela représente mais également d'introduire une certaine inertie dans le système.
- La part s_J de jachère dans le champ de brousse est naturellement comprise entre 0 et 1. Le pas de $\frac{1}{6}$ est expliquée dans la partie 2.2.2.2.
- La variation de la taille du cheptel, enfin, est comprise arbitrairement entre -2 UBT et 2 UBT. Pour la surface totale S_{Tot} de 20 ha qui sera utilisée pour les résultats, l'élargissement de cette gamme de variation n'apporte aucune valeur ajoutée : tandis que l'achat de 3 UBT en une année est impossible avec les surfaces

disponibles, la vente de 2 UBT suffit à satisfaire les besoins en trésorerie (voir partie 2.2.1) du nombre maximal d'habitants.

2.1.3 Fonction de dynamique

La modélisation est discrète avec un pas de temps annuel. La fonction de dynamique F , qui au couple $(x(n), u(n))$, représentant l'état et le contrôle à l'année n , associe l'état $x(n+1)$ est la suivante :

$$x(n+1) = \begin{pmatrix} Y(n+1) \\ S_S(n+1) \\ S_B(n+1) \\ I(n+1) \\ N_{UBT}(n+1) \end{pmatrix} = F(x(n), u(n)) = \begin{pmatrix} Y(n) \\ S_S(n) + \delta S_S(n) \\ S_B(n) + \delta S_B(n) \\ I(n) + \frac{s_J(n) - I(n)}{\tau_{Fert}} \\ N_{UBT}(n) + \delta N_{UBT}(n) \end{pmatrix}$$

Cette fonction appelle plusieurs commentaires :

- La population du village Y est supposée constante. Sans cela, il est nécessaire d'utiliser un modèle complexe de prévision de l'évolution démographique donnant la population à tout temps t . En effet, une dynamique simple avec un taux de croissance démographique constant aboutira à un noyau de viabilité vide puisque l'on travaille à horizon infini. La migration des jeunes adultes vers la ville en cas de manque de terres disponibles ou de mise à défaut du système agricole offre un moyen de régulation de la population. En se limitant à une dynamique de population constante, l'étude permet quand même de mettre en évidence les densités de population critiques.
- La dynamique de l'indicateur de fertilité du champ de brousse I est détaillée dans la partie 2.2.2.2.

2.1.4 Contraintes de viabilité

Les contraintes de viabilité, dernières composantes du code, sont complexes et il est nécessaire d'expliquer plus précisément la modélisation pour les expliciter. Il a donc été choisi de présenter ces contraintes dans la partie 2.2, à la lumière de la description des entités structurant le système.

2.2 Description du modèle

La modélisation proposée dans ce rapport tente de représenter un système complexe dans lequel se mêlent des dimensions écologiques et économiques. Afin de saisir ce système dans toute sa complexité, on peut se référer au concept de métabolisme, c'est à dire, à l'ensemble des flux de matière et d'énergie qui circulent à l'intérieur du système et entre ce système et l'extérieur. Considérons le métabolisme à l'échelle du village représenté sur la figure 2.1.

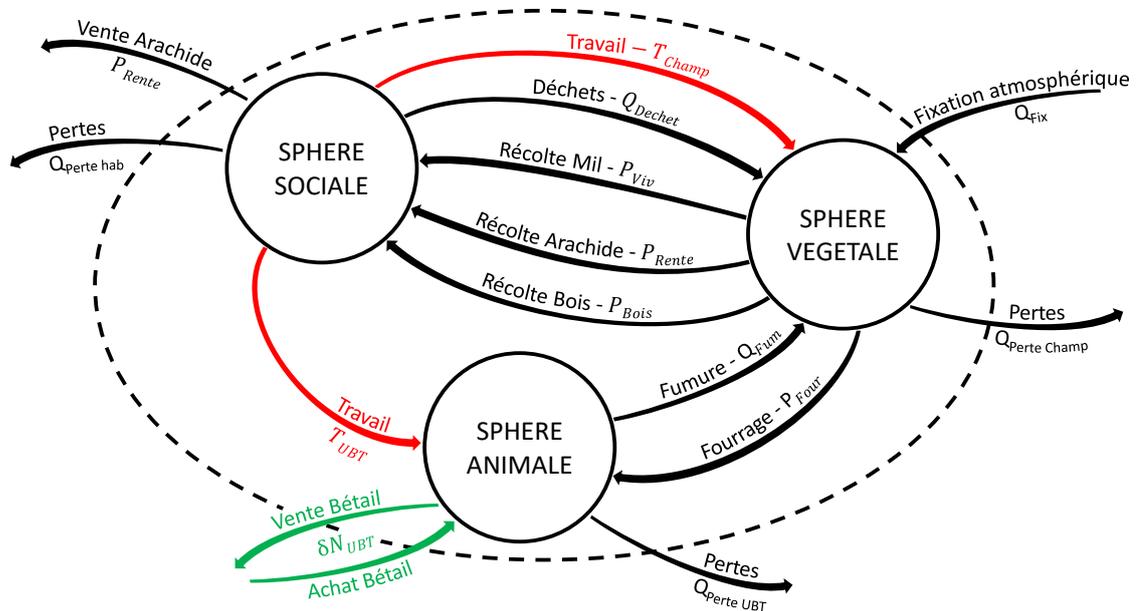


FIGURE 2.1 – Schéma du métabolisme à l'échelle du village

→ : Flux de matière → : Flux d'énergie → : Flux de bétail

Trois entités fonctionnelles, que l'on désigne ici sous le terme de *sphère*, structurent le système agricole en émettant et recevant des flux de différentes natures.

- **La sphère sociale**, constituée par les habitants du village, doit satisfaire ses besoins en alimentation (mil), en trésorerie (arachide) et en énergie (bois). Ces besoins comblés, les habitants produisent des déchets organiques à épandre sur le champ de case, des pertes et enfin de la force de travail, nécessaire pour les travaux dans les sphères végétale et animale.
- **La sphère végétale**, elle-même structurée en trois entités différentes (champ de case, champ de brousse et savane), fournit du pâturage pour le bétail, du bois, du mil et des gousses d'arachide pour les habitants du village. Elle reçoit en échange des matières organiques et des nutriments via la fumure animale, des nutriments via la fixation atmosphérique et les déchets organiques des habitants ainsi que leur travail. Finalement, le feu et le lessivage sont responsables de fuites de matière organique hors du système.
- **La sphère animale**, enfin, transfère les nutriments au sein de la sphère végétale en y prélevant du fourrage et en y déposant des fèces. Elle est aussi responsable de fuites de carbone (CH_4 issu de la rumination) et d'azote (NO_2 contenu dans les urines). En cas de défaut de nourriture pour le cheptel, une partie du troupeau sera envoyée en transhumance. Cette fuite de bétail s'accompagnera d'une fuite de main d'œuvre, nécessaire à la conduite des bêtes.

Notons que les fertilisants minéraux ainsi que l'embouche bovine ne sont pas pris en compte dans ce modèle. Cela s'explique par la forte variabilité des prix des intrants et par le changement d'organisation que suppose l'embouche bovine : achat de compléments alimentaires, bêtes parquées en permanence, poudrette de parc pour répartir le fumier sur les différents champs...

Afin de décrire précisément le métabolisme de chacune de ces sphères et d'explicitier les choix et calculs effectués, on peut plonger à une échelle plus fine de la représentation du métabolisme. C'est ce qui est fait dans les sous-sections 2.2.1 à 2.2.3.

Le formalisme adopté est le suivant :

- La population Y est exprimée en habitant (hab)
- Les surfaces S sont exprimées en hectare (ha)

- La taille du cheptel N_{UBT} est exprimée en Unité de Bétail Tropical (UBT)
- Les flux de matières (Productions P , Quantités de Matière Organique (MO) Q) sont exprimés en tonne de Matière Sèche (tMS)
- Les besoins B sont exprimés en tMS/hab
- Le travail T est exprimé en Unité de Travail humain (UTH)
- Pour les autres paramètres, se référer au tableau A1 en annexe A

2.2.1 La sphère sociale

La sphère sociale représente l'ensemble des habitants du village. Son métabolisme est représentée sur la figure 2.2.

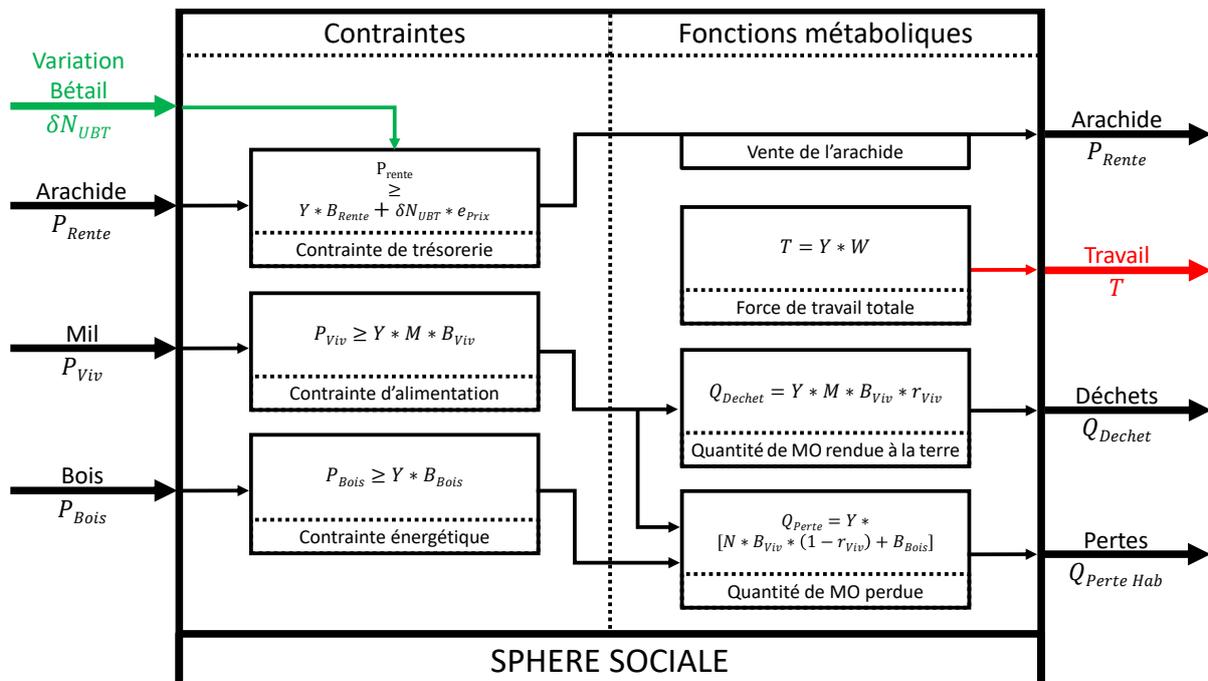


FIGURE 2.2 – Schéma du métabolisme de la sphère sociale

Contraintes de viabilité

Cette entité est soumise à trois contraintes de viabilité :

- **La contrainte de trésorerie** : $P_{Rente} \geq Y * B_{Rente} + \delta N_{UBT} * e_{Prix}$

Pour assumer les frais liés à l'éducation ou aux médicaments, le village doit assurer une production de culture de rente P_{Rente} supérieure aux besoins des habitants

$Y * B_{Rente}$. En cas de déficit (resp. de surplus) d'arachide, il est possible de vendre, i.e $\delta N_{UBT} < 0$ (resp. d'acheter, i.e $\delta N_{UBT} > 0$) des bêtes pour assurer l'équilibre budgétaire. Le paramètre e_{Prix} assure la conversion (voir tableau A1 et annexe A).

— **La contrainte alimentaire** : $P_{Viv} \geq Y * M * B_{Viv}$

La production de culture vivrière P_{Viv} doit être suffisante pour satisfaire les besoins en mil du village $Y * M * B_{Viv}$, où le paramètre M prend en compte la composition démographique (voir tableau A1 et annexe E). On suppose en effet que le village est autonome au niveau alimentaire : il n'y a aucun apport de nourriture depuis l'extérieur.

— **La contrainte énergétique** : $P_{Bois} \geq Y * B_{Bois}$

Le bois constituant la principale source d'énergie et le premier matériau de construction, la récolte de bois P_{Bois} doit être à la hauteur des besoins du village $Y * B_{Bois}$.

Fonctions métaboliques

La satisfaction des contraintes ci-dessus garantit la viabilité de la sphère sociale et lui permet d'assurer ses fonctions métaboliques :

— La récolte d'arachide est entièrement vendue (pas d'autoconsommation) ce qui se traduit par un flux de matière P_{Rente} en sortie.

— Les habitants produisent une force travail représentée par un flux énergétique $T = Y * W$ proportionnel au nombre d'habitants Y . Le paramètre W prend en compte la composition démographique (voir tableau A1 et annexe E).

La force de travail est ensuite partagée entre le travail dans les champs T_{Champ} et le guidage des troupeaux en transhumance T_{UBT} .

— La part non comestible du mil r_{Viv} est rendue au champ de case sous la forme de déchets organiques $Q_{Dechet} = Y * M * B_{Viv} * r_{Viv}$.

— Enfin, la combustion (supposée totale) de la récolte de bois $Y * B_{Bois}$ et la consommation humaine $Y * M * B_{Viv} * (1 - r_{Viv})$ produisent une perte de matière organique $Q_{Pertes,hab}$.

2.2.2 La sphère végétale

La sphère végétale (figure 2.3) correspond à l'ensemble des terres appropriées par le village. Elle reçoit les déchets des habitants Q_{Dechet} , une partie de leur énergie T_{Champ} , la fumure du bétail Q_{Fum} ainsi que du carbone et, dans une moindre mesure, des nutriments, via la fixation atmosphérique Q_{Fix} . Elle se divise en trois entités différentes : le champ de case, le champ de brousse et la zone non cultivée. Ces trois occupations du sol ont des fonctionnements différents et répondent chacun à des besoins spécifiques. Les métabolismes de ces trois zones sont détaillés dans les parties 2.2.2.1 à 2.2.2.3.

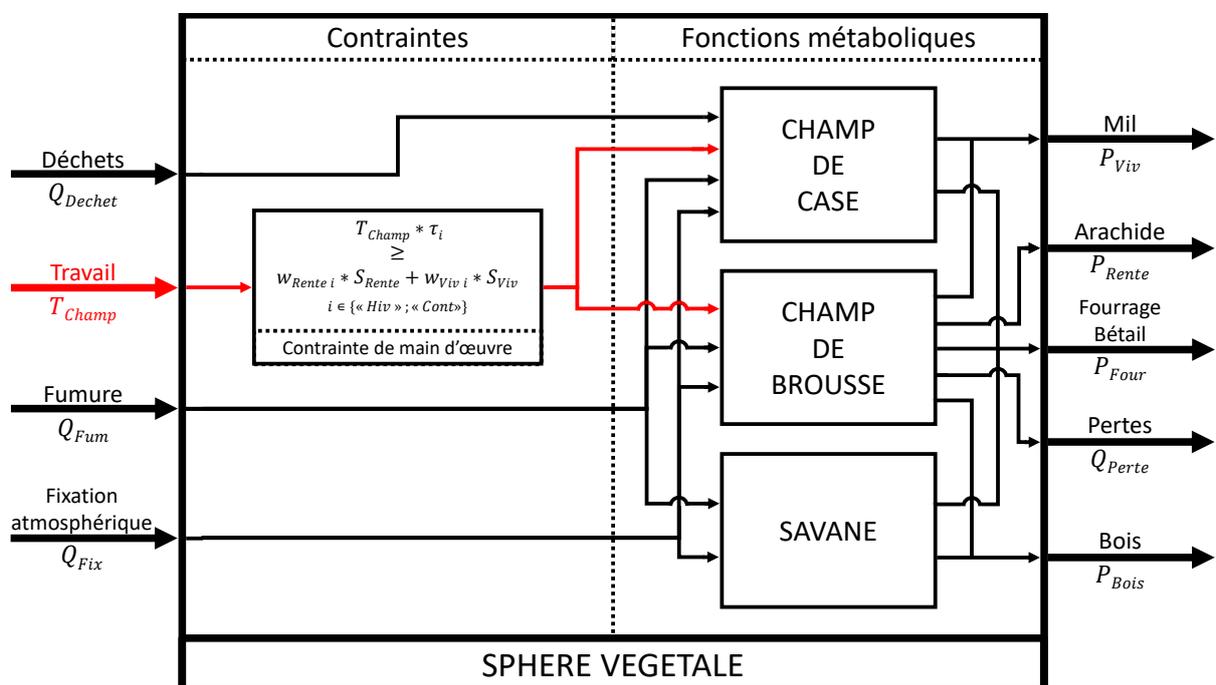


FIGURE 2.3 – Schéma du métabolisme de la sphère végétale

Contraintes de viabilité

La seule contrainte au sein de cette sphère³ est liée à la main d'œuvre : $T_{Champ} * \tau_i \geq w_{Rente} * S_{Rente} + w_{Viv,i} * S_{Viv}$ pour $i \in \{“Hiv” ; “Cont”\}$. La part d'énergie humaine allouée au travail dans les champs T_{Champ} doit être suffisante pour cultiver la surface occupée par la culture de rente $S_{Rente} = S_B * s_{Rente}$ (uniquement présente dans le champ de brousse) et la surface occupée par la culture vivrière $S_{Viv} = S_C + S_B * s_{Viv}$ (présente

3. On omet ici la contrainte implicite de bonne partition de l'espace approprié par le village entre les différents champs, à savoir : $S_{Tot} = S_C + S_B + S_S$

dans le champ de brousse et dans le champ de case). Cette contrainte est déclinée, au sein du code, sur deux périodes distinctes : sur l'ensemble de la saison des pluies (τ_{Hiv}) et sur la période la plus contraignante pendant cette même saison, entre la première pluie et le soulèvement de l'arachide (τ_{Cont}). Les besoins en travail w_{Rente} et w_{Viv} pour chacune de ces périodes sont spécifiés dans le tableau A1 en annexe A.

Fonctions métaboliques

Sous cette condition, la sphère végétale produit du mil P_{Viv} , des gousses d'arachide P_{Rente} , du bois P_{Bois} , de la nourriture pour le bétail P_{Her} et enfin des pertes Q_{Perte} liées aux feux et au lessivage.

2.2.2.1 Champ de case

Situé au plus près des habitations, le champ de case (figure 2.4) est sous culture permanente de mil à cycle court (culture vivrière).

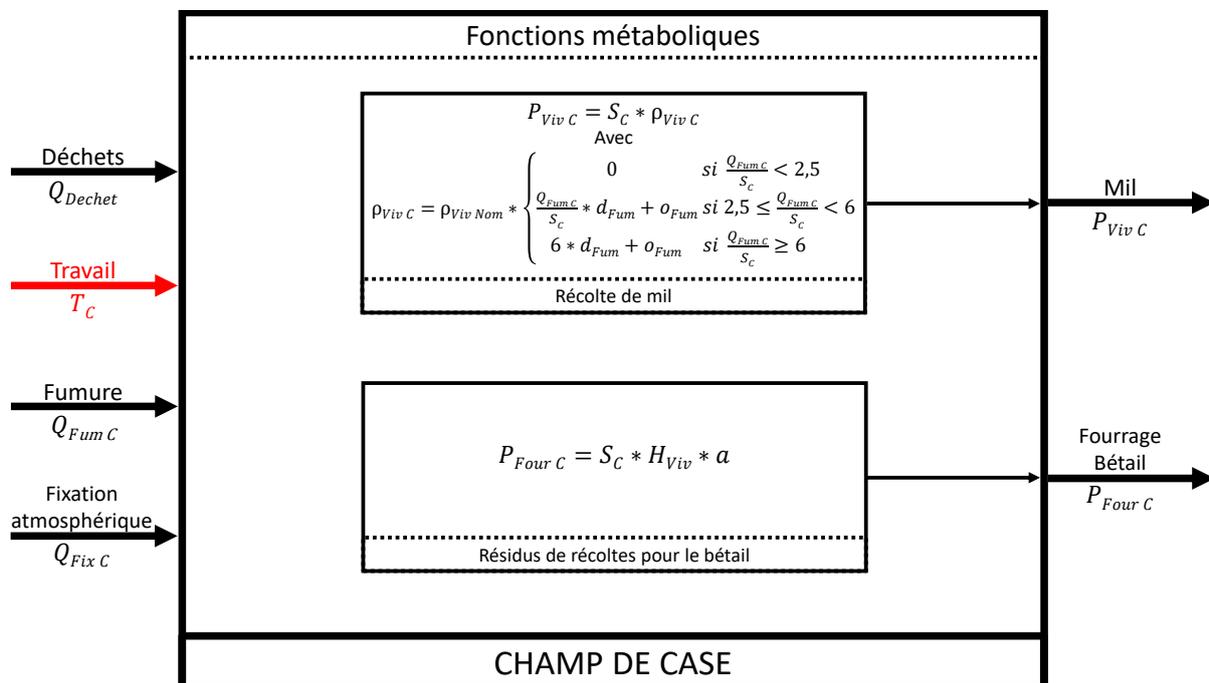


FIGURE 2.4 – Schéma du métabolisme du champ de case

Fonctions métaboliques

Cette utilisation du sol fournit d'une part une récolte de mil $P_{Viv,C}$ (produit de la surface du champ de case S_C et du rendement $\rho_{Viv,C}$) d'autre part de la nourriture pour le bétail $P_{Her,C}$ (produit de la surface du champ de case S_C , des rendements en résidus de récoltes H_{Viv} et de la part assimilable de ces résidus a).

Fertilité du champ de case

La fertilisation est assurée par l'apport de fumier en saison sèche lors du parcage nocturne et de la vaine pâture ainsi que par le recyclage des déchets organiques des habitants. Cela se traduit dans le calcul du rendement $\rho_{Viv,C}$. La relation linéaire utilisée entre rendement et intensité de fumure a été mise en évidence à Saré Yoro Bana en Haute Casamance (Manlay, 2000) et est expliquée plus en détail dans l'annexe B.

2.2.2.2 Champ de brousse

Il convient de s'attarder sur le champ de brousse (figure 2.5) pour en saisir toute la complexité.

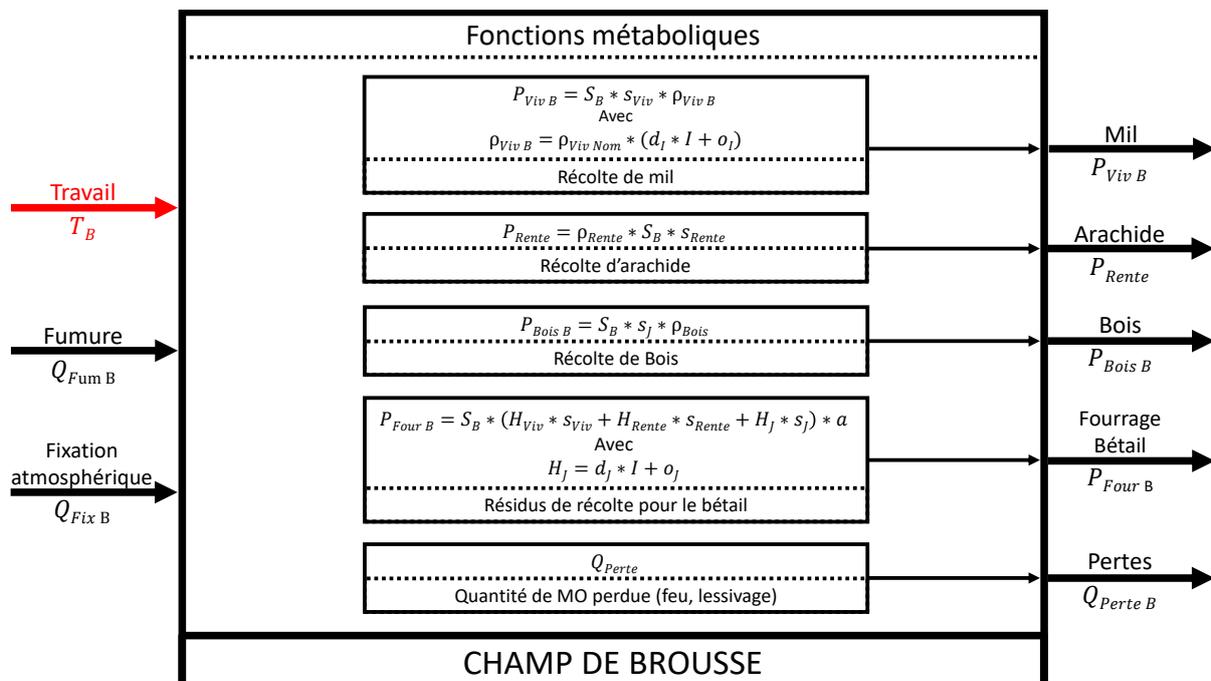


FIGURE 2.5 – Schéma du métabolisme du champ de brousse

Fertilité du champ de brousse

En fonction de son stade d'évolution, cette auréole est divisée : en deux pour une alternance mil/jachère (figure 1.3), en trois pour une rotation mil/jachère/arachide (figure 1.4) ou en deux pour une alternance mil/arachide (figure 1.5). Afin de représenter les stades d'évolution rencontrés au Sénégal, i.e. postérieures à l'introduction de l'arachide, la surface du champ de brousse est partitionnée via le contrôle s_J et les paramètres s_{Rente} et s_{Viv} . Ces nombres représentent respectivement la part du champ de brousse en jachère, en culture de rente et en culture vivrière.

Deux hypothèses doivent être précisées :

-On suppose que la part du champ de brousse n'étant pas en jachère se divise équitablement entre la culture vivrière et la culture de rente, i.e. $s_{Viv} = s_{Rente} = 0.5 * (1 - s_J)$. Bien que restrictif, cela permet de représenter fidèlement l'occupation des sols des stades d'évolutions postérieures à introduction de l'arachide décrits dans la partie 1.1.3. De plus, le temps de calcul s'en trouve significativement réduit avec deux contrôles en moins.

-La rotation des cultures, pour un s_J donné, est supposée être la plus courte possible. Dans notre conception discrète du code, la part s_J du champ de brousse laissée en jachère est choisie entre sept valeurs dans $\left\{ \frac{0}{6}, \frac{1}{6}, \dots, \frac{6}{6} \right\}$. On considère que ce choix influence directement la durée de la rotation : exception faite de $s_J = 0$ et $s_J = 1$, valeurs pour lesquelles il n'y a pas de rotation, la durée de la rotation est donnée par le dénominateur de la fraction irréductible représentant s_J : pour $s_J = \frac{1}{6} \rightarrow 6$ ans, pour $s_J = \frac{4}{6} = \frac{2}{3} \rightarrow 3$ ans, etc. (voir tableau 2.1 pour les cycles de rotation pour chaque valeur de s_J). Le pas de discrétisation de $\frac{1}{6}$ limite à 6 ans la durée maximale de la rotation. Dans notre conception de la fertilité du champ de brousse I (voir plus bas), cela n'est en rien limitant : la fertilité du champ de brousse augmente très peu après 6 ans de jachère successives.

La fertilisation du champ de brousse est supposée être uniquement assurée par

$s_j = 0$						
$s_j = \frac{1}{6}$						
$s_j = \frac{1}{3}$						
$s_j = \frac{1}{2}$						
$s_j = \frac{2}{3}$						
$s_j = \frac{5}{6}$						
$s_j = 1$						
Temps (années)	1	2	3	4	5	6

TABLEAU 2.1 – Rotation culturale en fonction de s_j
 ■ : Jachère ■ : Sole de mil ■ : Sole d'arachide ■ : Savane

la jachère. Cela signifie que l'on néglige la quantité de fumure déposée par les bêtes dans ces champs. Cette hypothèse, peu contraignante lorsque les densités de bétail sont faibles et que la fumure se concentre sur le champ de case, peut être remise en question lorsque les densités de bétail sont fortes. Cependant, l'envoi des bêtes en transhumance pendant l'hivernage pour les terroirs avec peu de jachère ou de fortes densités de bétail réduit considérablement le flux de fumure vers le champ de brousse (voir 2.2). On néglige également le rôle de l'arachide qui, en tant que légumineuse, fixe l'azote atmosphérique dans les sols et contribue au maintien de la fertilité. L'efficacité relative de cette fixation a cependant été soulignée (Pieri, 1989).

La fertilité du champ de brousse est représentée par l'indicateur I évoluant entre 0 (champ intégralement en culture continue depuis plus de dix ans) et 1 (champ totalement en jachère depuis plus de dix ans). Sa dynamique d'évolution est la suivante : $I(n+1) = I(n) + \frac{s_J(n) - I(n)}{\tau_{Fert}}$. L'indicateur de fertilité I tend vers le contrôle s_J de manière géométrique. Par exemple, si l'on considère les organisations du terroir de référence, I vaudra $\frac{1}{2}$ pour le terroir ancien (figure 1.3) où la moitié de la surface du champ de brousse est occupée par la jachère, $\frac{1}{3}$ lors de l'insertion de l'arachide (figure 1.4) avec la rotation triennale et 0 pour le terroir saturé (figure 1.5) où il n'y a plus de jachère. Dans le modèle, le village peut influencer sur la valeur de I en contrôlant la part de jachère du champ de brousse s_J . Cette conception du rôle de la jachère a l'avantage d'être fidèle à la description qu'en fait Guillemain (Guillemain, 1956) et que Ruthenberg illustre sur la figure 2.6.

Partant du constat que la fertilité des sols d'Afrique de l'Ouest est considérablement dégradée après six ans de culture continue de céréales (Chikoye et al., 2000; Akobundu et al., 1999), le paramètre τ_{Fert} est fixé de sorte à observer une diminution de 90% de la fertilité après six ans de culture continue de céréales, i.e. $s_J = 0$ pendant six ans. La relation entre l'indicateur I et le rendement en mil est ensuite calibrée sur des données de rendements relevées au Nigéria (Akobundu et al., 1999) (voir annexe C).

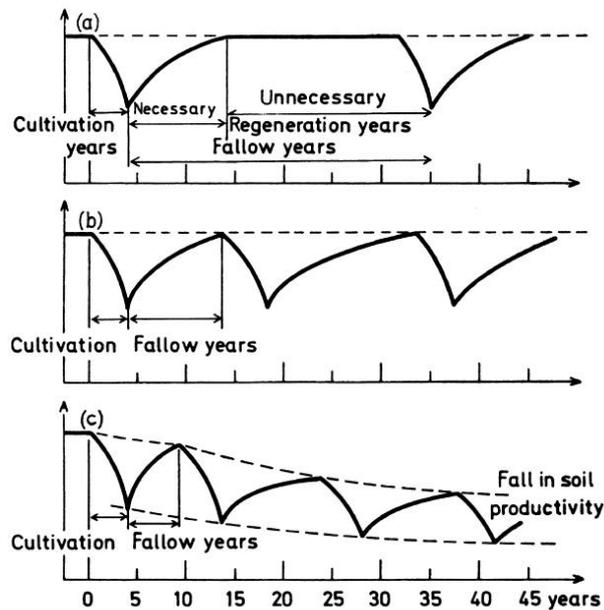


FIGURE 2.6 – Représentation théorique de la relation entre la durée de jachère (fallow) et la productivité du sol (Guillemin, 1956; Ruthenberg, 1980)

Fonctions métaboliques

- La sole de mil du champ de brousse fournit du mil $P_{Viv,B}$, produit de la surface concernée ($S_B * s_{Viv}$) et du rendement $\rho_{Viv,B}$. Ce rendement dépend de la fertilité du champ de brousse I suivant la relation expliquée en annexe C.
- La surface du champ sous culture d'arachide $S_B * s_{Rente}$ produit des gousses d'arachide P_{Rente} avec un rendement ρ_{Rente} supposé constant.
- La jachère, dernière composante du champ de brousse, apporte du bois à un rendement ρ_{Bois} supposé constant.
- L'ensemble de ces parcelles produit du fourrage pour le bétail : des résidus de cultures pour les parcelles de mil et d'arachide ($S_B * (H_{Viv} * s_{Viv} + H_{Rente} * s_{Rente})$), du pâturage pour la jachère ($S_B * H_J * s_J$). Le tout est multiplié par le coefficient a représentant la part assimilable de ce fourrage (une grande partie du fourrage est détériorée par les urines et les fèces des animaux).

La quantité de biomasse herbacée fournit par la jachère varie avec l'âge de cette dernière selon la relation détaillée dans l'annexe D.

- Enfin, la biomasse de la jachère brûlée avant la rotation vers la culture vivrière

ainsi que le lessivage des sols génèrent des pertes Q_{Pertes} .

2.2.2.3 Savane

La savane (figure 2.7) correspond à la zone du terroir qui n'est jamais cultivée. La part de savane dans le terroir quantifie la réserve de terres encore disponibles et constitue un indicateur de l'état de saturation du terroir.

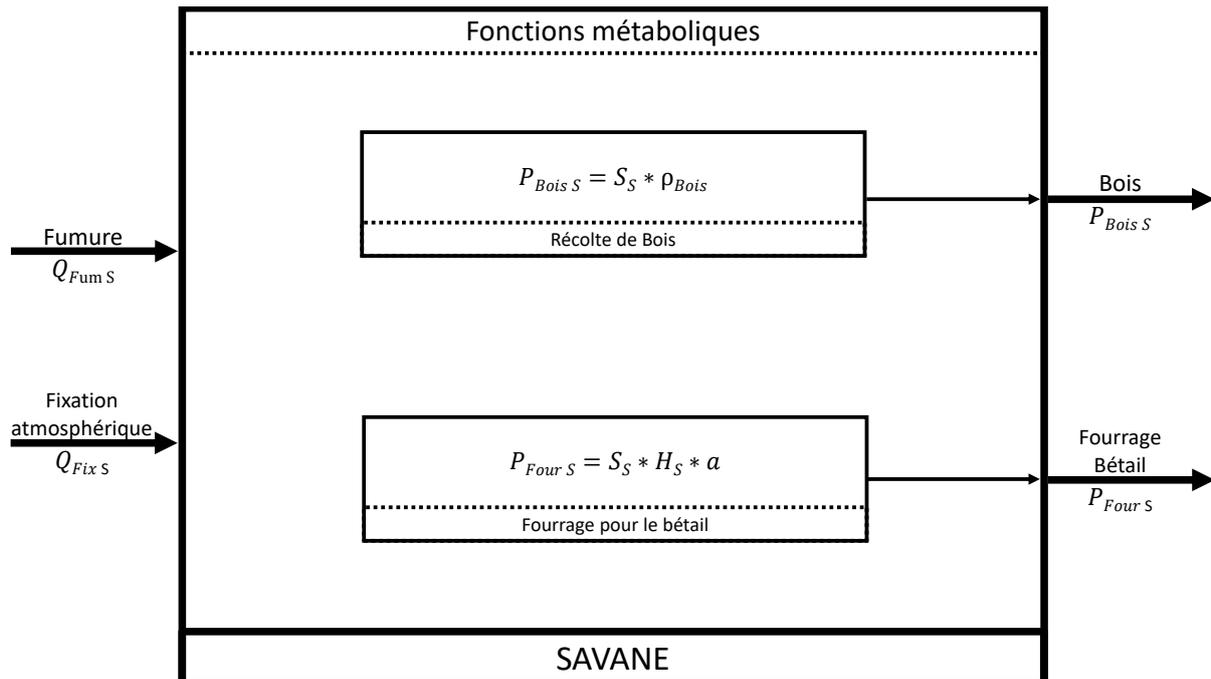


FIGURE 2.7 – Schéma du métabolisme de la savane

Fonctions métaboliques

Cette auréole joue néanmoins un rôle crucial au sein du système en fournissant d'une part du bois pour les habitants, d'autre part du fourrage pour le bétail pendant l'hivernage lorsque les animaux ne peuvent plus s'alimenter sur les zones cultivées.

2.2.3 La sphère animale

La sphère animale (figure 2.8) correspond à l'ensemble des bêtes appartenant au village. Ces bêtes sont à la fois un facteur de production et un facteur capital. En effet, en plus d'assurer le transfert de nutriments depuis les zones non cultivées (jachère et

savane) vers les aires cultivées (cultures du champ de brousse et champ de case), elles représentent la forme de capitalisation choisie par les paysans. En cas de surplus ou de déficit, c'est la taille du cheptel qui va agir comme variable d'ajustement, via le contrôle δ_{UBT} , pour l'équilibre du budget.

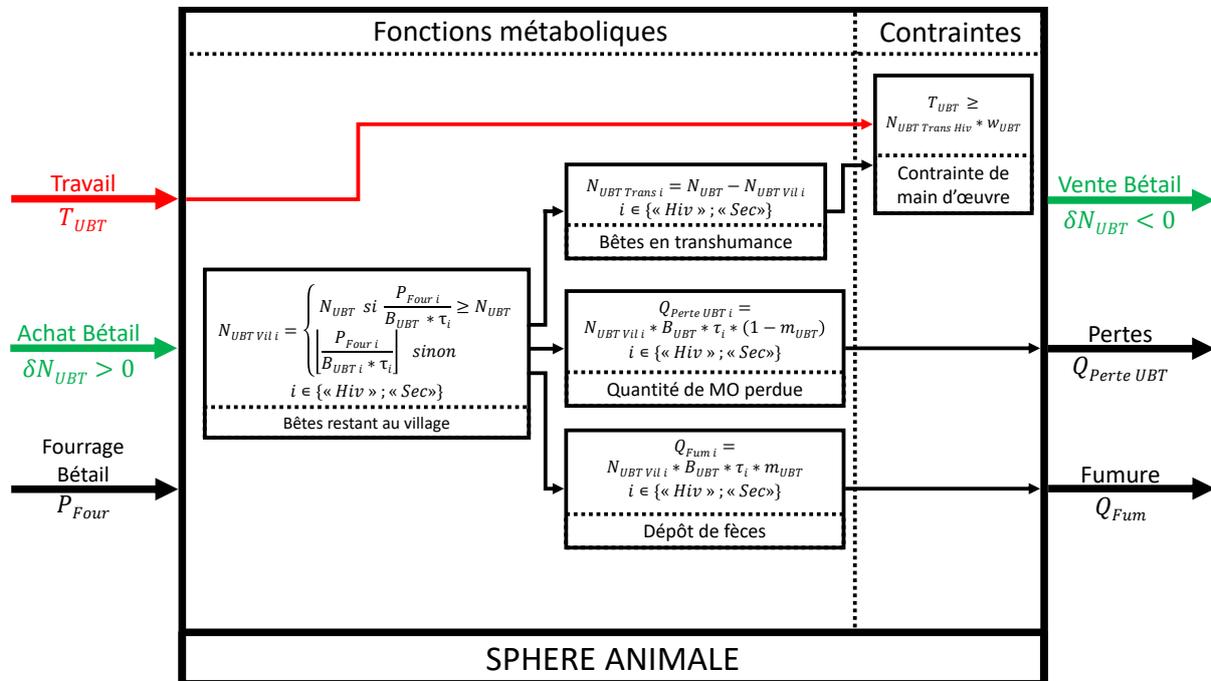


FIGURE 2.8 – Schéma du métabolisme de la sphère animale

Fonctions métaboliques

Afin de préserver les cultures et de gérer la fertilité des zones en culture permanente, le troupeau est guidé sur des aires de pâturage différentes au cours de l'année. Pendant l'hivernage, les bêtes pâturent les zones en jachère ainsi que la savane la journée et sont parquées la nuit dans la jachère. Lors de la saison sèche, les bêtes sont libres de divaguer sur l'ensemble du terroir la journée et sont parquées dans le champ de case la nuit. Le tableau 2.2 résume le circuit du bétail au cours de l'année.

Place du bétail	Hivernage	Saison sèche
Jour	Jachère et Savane	Ensemble du terroir (Vaine pâture)
Nuit	Jachère (parcage nocturne)	Champ de case (parcage nocturne)

TABEAU 2.2 – Position du bétail en fonction de la saison

Avec le recul de la savane et la réduction en durée et en espace de la jachère, la quantité de fourrage peut ne plus être suffisante pour nourrir l'ensemble du cheptel. Le village est contraint, le cas échéant, d'envoyer une partie du troupeau en transhumance. Deux périodes sont distinguées pour calculer le nombre de bêtes effectivement présentes sur le terroir : l'hivernage et la saison sèche. La plus contraignante est l'hivernage, lorsque les seuls espaces fournissant du fourrage sont la savane et la jachère (voir tableau 2.2) mais il arrive aussi que des bêtes soient en transhumance permanente.

En considérant que les quantités de fourrage disponibles à chaque saison sont $P_{Four,Hiv} = P_{Four,S} + P_{Four,J}$ et $P_{Four,Sec} = P_{Four,C} + P_{Four,B} - P_{Four,J}$, le nombre de bêtes $N_{UBT,Vil,i}$ effectivement présentes au village à la saison $i \in \{Hiv, Sec\}$ vaut alors : N_{UBT} si la quantité de fourrage disponible $P_{Four,i}$ est supérieure aux besoins $B_{UBT} * \tau_i$, $\lfloor \frac{P_{Four,i}}{B_{UBT} * \tau_i} \rfloor$, soit le nombre maximal de bêtes pouvant être nourries avec cette quantité de fourrage, sinon.

Le bétail restant au village va produire de la fumure organique Q_{Fum} (produit de la quantité de fourrage ingérée sur la période $N_{UBT,Vil} * B_{UBT} * \tau$ et de l'efficacité du métabolisme des bêtes m_{UBT}) et des fuites de carbone Q_{Perte} liées à la respiration et à la rumination. La répartition de la fumure organique sur le terroir est supposée être directement corrélée au temps passé sur les différentes zones (voir 2.2). La bonne répartition de la production de fèces entre le jour et la nuit a en effet été mise en évidence dans (Manlay, 2000). La journée, lorsque les zones de pâturage sont multiples, l'occupation est supposée proportionnelle à la quantité de fourrage disponible.

Contraintes de viabilité

La seule contrainte au sein de cette sphère concerne la main d'œuvre : $T_{UBT} \geq N_{UBT,Trans,Hiv} * w_{UBT}$. Les bêtes emmenées en transhumance ($N_{UBT,Trans} = N_{UBT} - N_{UBT,Vil}$) ne conservent que leur fonction de capital et entraînent une fuite de main d'œuvre, nécessaire pour guider le troupeau. Le travail alloué au troupeau T_{UBT} pendant la période d'hivernage doit être supérieur au besoin $N_{UBT,Trans,Hiv} * w_{UBT}$ où w_{UBT} représente le nombre d'UTH nécessaire par UBT.

2.2.4 La contrainte carbone

Les contraintes de viabilité présentées dans les parties 2.2.1 à 2.2.3 concernent la viabilité intrinsèque du système. Il est possible d'ajouter d'autres contraintes en fonction des problématiques soulevées.

En particulier, on peut envisager d'ajouter une contrainte "carbone" dans le but d'étudier la possibilité pour ces agro-systèmes de stocker du carbone dans les sols tout en restant viables. Le programme de recherche "4 pour 1000"⁴ lancé par la France lors de la COP21 en 2015 estime qu'une augmentation annuelle de 0,4% du taux de carbone de l'ensemble des sols de la planète permettrait de compenser les émissions de CO₂. Notre conception du modèle ne nous permet pas de considérer les stocks de carbone (il serait nécessaire d'ajouter une nouvelle variable d'état) mais il est possible de s'intéresser aux flux de carbone dans le système. La complexité de la dynamique des flux de carbone du sol et l'inertie du phénomène ayant été soulignés (Manlay, 2000), nous proposons ici une approche très simple des flux de carbone dans le sol.

Soit C_x la quantité de carbone contenu dans les sols du terroir à l'état x . En négligeant l'inertie de la dynamique du carbone et de la fertilité du champ de brousse, on obtient : $C_{x(n)} = S_S C_S + S_B [I C_J + \frac{1-I}{2} (C_{Mil} + C_{Rente})] + S_C C_{Mil}$ et $C_{x(n+1)} = (S_S + \delta S_S) C_S + [(S_B + \delta S_B) (s_J C_J + \frac{1-s_J}{2} (C_{Mil} + C_{Rente})) + (S_C + \delta S_C) C_{Mil}$
Avec C_S , C_{Mil} , C_{Rente} et C_J les quantités de carbone dans les différentes occupations de sols (voir tableau A1 en annexe A).

On définit alors la contrainte carbone par l'équation : $C_{x(n+1)} - C_{x(n)} \geq 0$ traduisant une nécessité pour le village de s'orienter vers des trajectoires ne diminuant pas les stocks de carbone dans les sols. Bien que grossière, cette contrainte interdit la réduction de la savane sans remplacement par une quantité au moins équivalente de jachère. En cela, elle éclaire sur les états initiaux qui permettent de rester viable à tout temps t sans aller vers une saturation du terroir.

4. 4p1000.org

2.2.5 Approche des incertitudes

Les récents bouleversements écologiques dans la région du Sahel et l'importance du changement climatique attestent de la nécessité de considérer les incertitudes dans l'étude des systèmes agricoles.

La théorie de la viabilité permet entre autres de considérer les incertitudes tychastiques et stochastiques. Dans le premier cas, il s'agit de s'assurer contre le pire des scénarios en cherchant le **noyau de viabilité garantie**, c'est à dire l'ensemble des états initiaux tels que, quelle que soit les perturbations, il existe au moins une trajectoire permettant de rester viable à tout temps t . Dans le second cas, il s'agit de déterminer des noyaux de viabilité stochastiques, c'est à dire des ensembles d'états initiaux tels que la probabilité qu'il existe au moins une trajectoire permettant d'être viable à tout temps t est supérieure à un coefficient β donné (De Lara and Doyen, 2008). La seconde approche fournit davantage d'informations mais la contrainte de temps nous oblige à nous restreindre à une approche dégénérée des incertitudes tychastiques qui constituent un cas particulier des incertitudes stochastiques ($\beta = 1$).

D'après Lericollais, «Le pluie apparaît comme le plus déterminant des facteurs de production agricole» (Lericollais, 1999). L'étude des rendements des différentes cultures au Sénégal par (Pieri, 1989) montrent que les rendements des cultures de céréales et d'arachide peuvent varier du simple au double en fonction des pluies. Si l'on introduit une perturbation p affectant les rendements des cultures, le pire des scénarios correspondra toujours à des rendements minimaux chaque année. Le noyau de viabilité garantie avec cette perturbation est équivalent au noyau de viabilité obtenu sans perturbation mais avec des rendements fixés à leur minimum.

Nous considérons le scénario d'une réduction permanente de moitié des rendements des cultures vivrières et de rente. Cela revient à introduire un coefficient $R = 0.5$ qui vient multiplier les rendements ρ_{Viv} et ρ_{Rente} .

Le noyau de viabilité obtenu avec $R = 0.5$ correspondra à l'ensemble des états initiaux tels qu'il existe au moins une trajectoire viable à tout temps t pour des rendements réduits de moitié en permanence. Autrement dit, cela correspond aux états

viables dans le cas d'une sécheresse durable, comme on a pu observer entre 1960 et 1985. Ce scénario permet de considérer les effets de long terme d'un changement climatique sur la viabilité de l'agro-système.

Chapitre 3

Résultats

Dans un démarche de clarté, la complexité des résultats présentés est progressive. Ainsi, les premiers noyaux de viabilité (partie 3.1) correspondent à une modélisation **sans contrôle ni contrainte carbone**, les suivants (partie 3.2) sont le résultats de la simulation **avec contrôles mais sans contrainte carbone** et les derniers (partie 3.3) représentent les états viables **avec contrôles et contrainte carbone**.

Les noyaux de viabilité sont décrits par les coordonnées $(Y, S_B, S_S, I, N_{UBT})$ dans la base $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}, \vec{l}, \vec{m})$. Afin de les représenter en trois dimensions, plusieurs opérations ont été nécessaires :

- Les populations étant constantes, on peut étudier indépendamment chaque densité de population viable. Des coupes ont été réalisées le long de l'axe \vec{i} sur l'ensemble des valeurs de population explorées.
- Une projection sur la base $(\vec{k}, \vec{l}, \vec{m})$ est effectuée. Cela revient à s'intéresser, pour une population donnée, à la viabilité du triplet (S_S, I, N_{UBT}) quel que soit la valeur de S_B

Il faut enfin préciser que les variables Y et N_{UBT} ont été ramenées à la surface totale afin d'obtenir des densités de population (y) et de bétail (n_{UBT}), plus parlantes pour l'analyse.

3.1 Noyaux de viabilité sans contrôle ni contrainte carbone

La figure 3.1 représente des coupes 3D du noyau de viabilité sans contrôle ni contrainte carbone réalisées pour différentes densités démographiques.

Ce noyau correspond aux états pour lesquels il est possible d'être viable à tout temps t sans changer d'état, i.e. en étant stationnaire. Ces résultats, qui n'exploitent en rien les possibilités offertes par la théorie de la viabilité, restent éclairant puisqu'ils mettent en évidence les états qui, une fois rejoints, assurent de rester viable. Autrement dit, ces calculs nous indiquent quels sont les conditions d'équilibre entre la sphère humaine, végétale et animale, et leurs cas limites, pour que le système reste viable si rien ne change. Ils permettent notamment de mieux appréhender le noyau de viabilité **avec contrôle** de la figure 3.4 (voir partie 3.2).

Notons qu'ici, l'indicateur de fertilité du champ de brousse I se confond ici avec la part de jachère du champ de brousse s_J . En effet, comme expliqué dans la partie 2.2.2.2, l'indicateur de fertilité I du champ de brousse tend vers le contrôle s_J . Lorsque ce dernier est contraint, comme ici, à conserver sa valeur initiale, on aura à tout moment $I = s_J$. Dans toute cette partie 3.1, nous utiliserons donc indifféremment les termes "fertilité du champ de brousse" et "part de jachère dans le champ de brousse".

On peut tout d'abord s'intéresser à la taille des différents noyaux.

Pour de faibles densités de population ($10 \text{ hab/km}^2 \rightarrow 20 \text{ hab/km}^2$), on remarque la dilatation des noyaux à mesure que d_Y augmente (voir figure 3.2). Cet élargissement du nombre d'états viables s'explique par la contrainte de main d'œuvre : celle-ci impose une faible surface cultivée et donc, au choix, une part de savane ou une part de jachère du champ de brousse importante. La discrétisation joue également un rôle : en imposant un pas de surface d'un hectare dans le modèle, les habitants peuvent être contraints de cultiver plus qu'ils n'en ont besoin.

Dans un second temps, ce sont les contraintes d'alimentation, de trésorerie et de bois

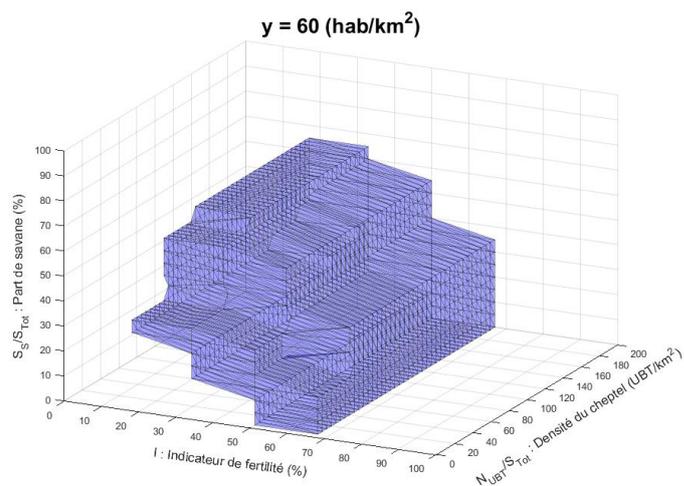
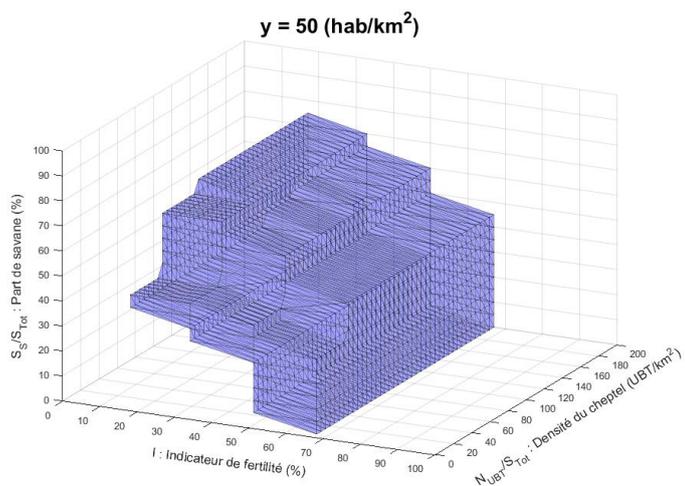
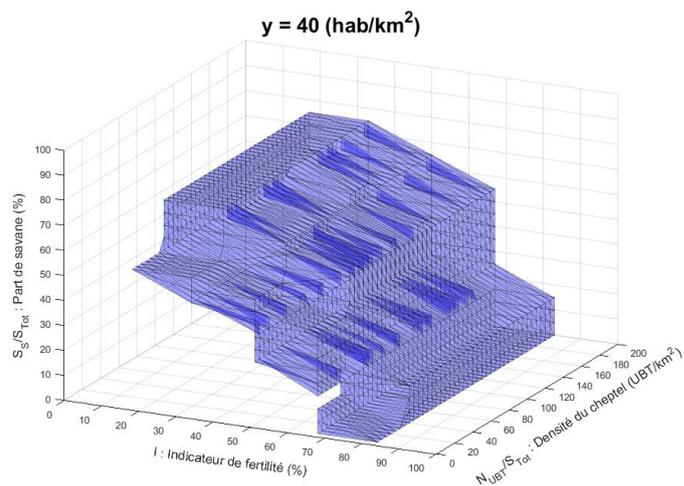
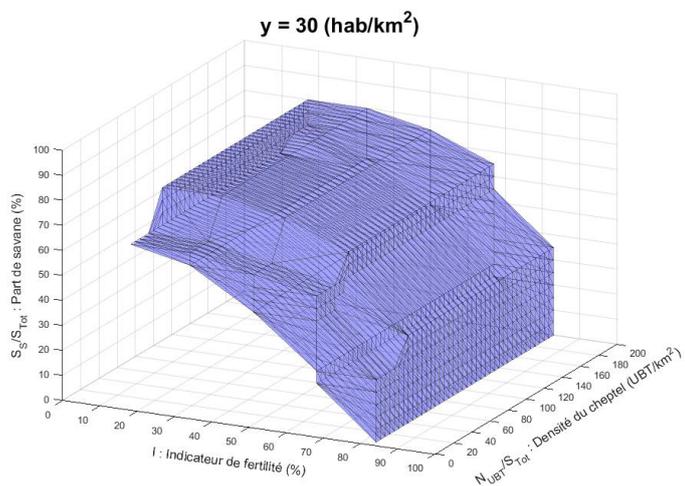
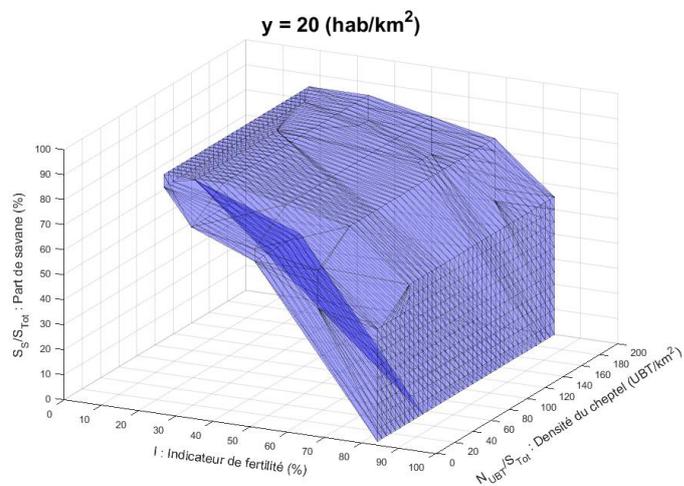
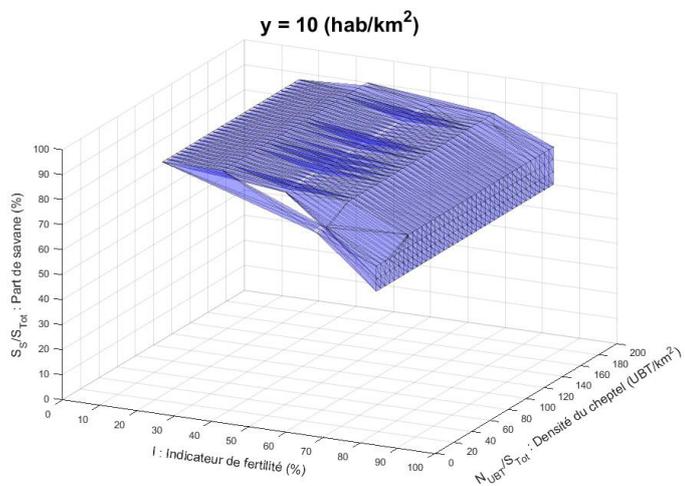


FIGURE 3.1 (a) - Coupes 3D du noyau de viabilité sans contrôle pour R=1

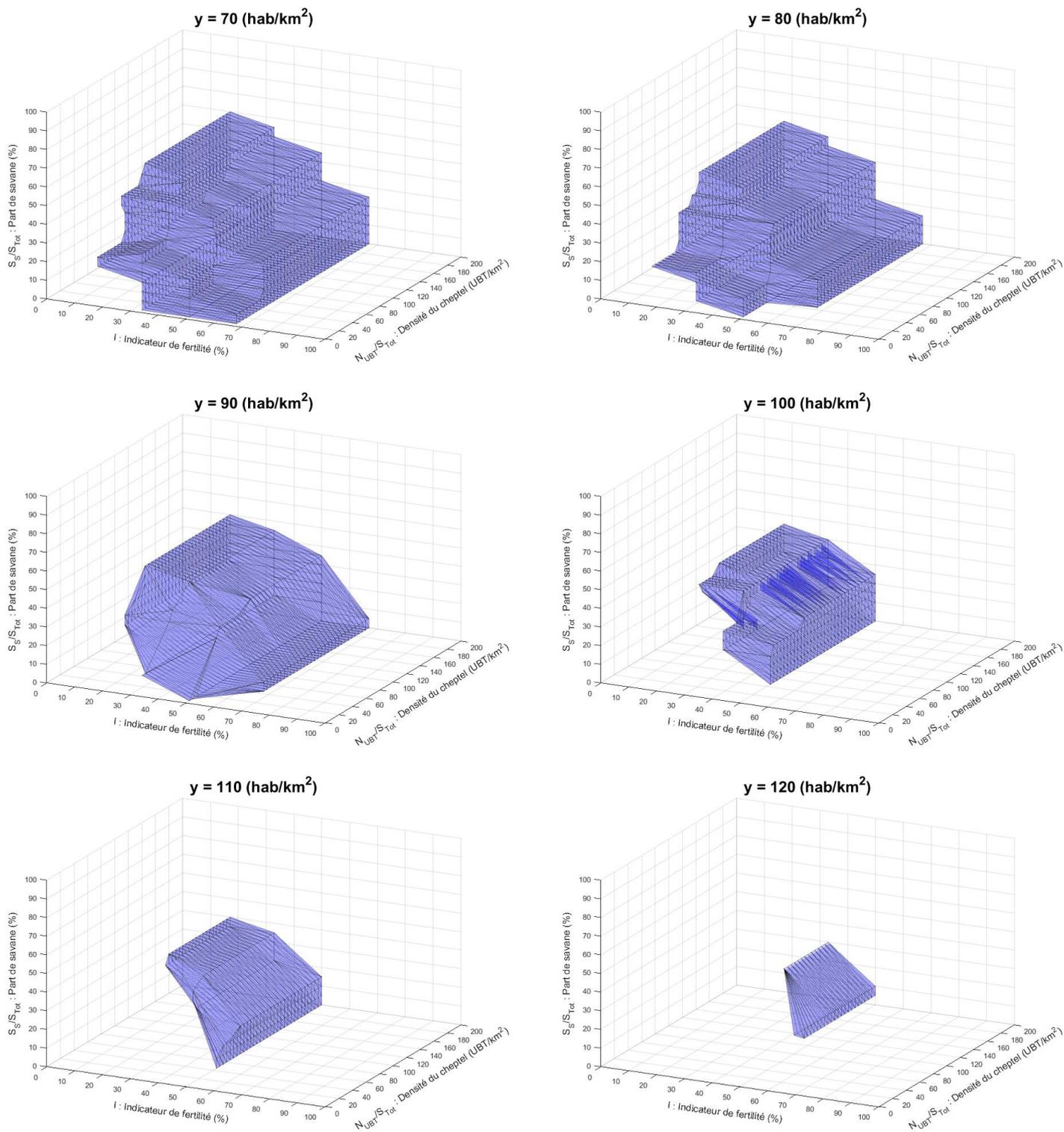


FIGURE 3.1 (b) - Coupes 3D du noyau de viabilité sans contrôle ni contrainte carbone pour $R=1$

qui vont s'exprimer. L'émergence de ces dernières sous l'augmentation de la population va progressivement contracter le noyau en diminuant les parts maximales de savane et de jachère et en augmentant les minimums pour la densité du cheptel et la part de jachère dans le champ de brousse.

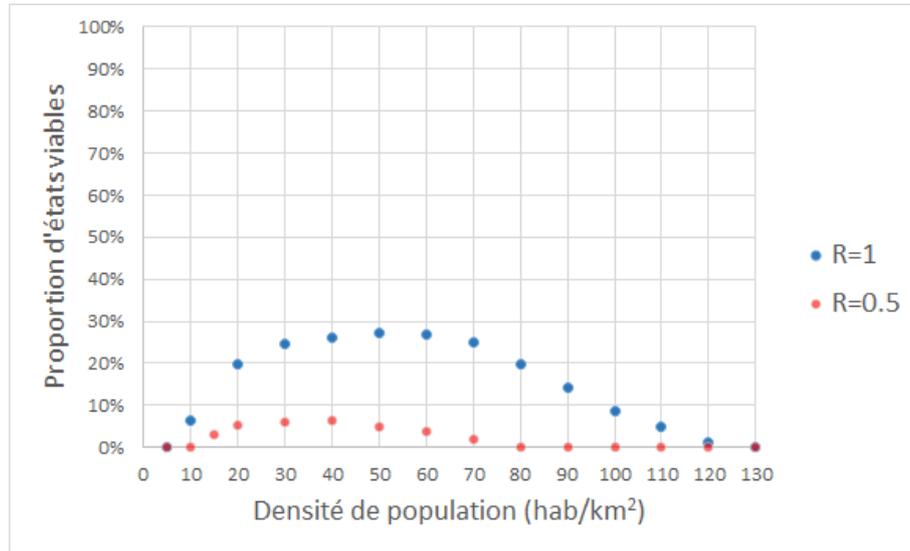


FIGURE 3.2 – Évolution de la proportion d'états viables avec la densité de population dans le cas sans contrôle ni contrainte carbone

La densité de population maximale atteinte est de 120 hab/km². Le noyau de viabilité est alors réduit à $(I; \frac{S_S}{S_{Tot}}) \in \{(33\%; 30\%); (50\%; 5\%); (50\%; 10\%)\}$ avec une densité de bétail supérieure à 80 UBT/km².

Ensuite, on peut noter sur l'ensemble des coupes le compromis existant entre la part de savane $\frac{S_S}{S_{Tot}}$ et la part de jachère du champ de brousse $s_J = I$.

Si l'on s'intéresse aux frontières des noyaux, on observe, à n_{UBT} fixé, que l'augmentation de la part maximale (resp. minimale) de jachère dans le champ de brousse s'accompagne d'une diminution de la part maximale (resp. minimale) de savane. Tandis que la frontière supérieure s'explique par les contraintes d'alimentation et de trésorerie, c'est la contrainte de main d'œuvre, pour les faibles densités, puis de production de bois, pour les fortes densités, qui tracent la frontière inférieure. Autrement dit, dans les cas où $\frac{S_S}{S_{Tot}}$ et I sont tous deux faibles, le terroir est presque entièrement cultivé, d'où un grand besoin en main d'œuvre et une production de bois insuffisante. A l'inverse,

les cas où la part de savane et la part de jachère dans le champ de brousse sont toutes deux élevées imposent une surface cultivée très faible qui ne fournira pas assez de mil et de gousses d'arachide.

Enfin, un des rôles du bétail au sein de l'agro-système est mis en évidence par l'augmentation du nombre d'états viables lorsque la densité du cheptel augmente, toute chose égale par ailleurs.

Puisque l'achat et la vente de bétail n'interviennent pas dans cette simulation (absence de contrôle), la fonction "capital" du bétail n'existe pas. Une densité de bétail plus élevée permet d'intensifier la culture du champ de case en augmentant les rendements, d'où la possibilité pour les villages ayant de nombreuses bêtes d'avoir plus de savane (i.e. moins de champs cultivés) et d'être plus souple sur la part du champ de brousse en jachère. Le noyau de viabilité pour une densité démographique de 90 hab/km² illustre le mieux ce point.

Il est intéressant de noter que l'importance du bétail est surtout soulignée pour les fortes densités de population. En effet, jusqu'à 90 hab/km², il est possible de se passer de bovins dans le système. Au delà, un apport de fumure est nécessaire pour intensifier les cultures du champ de case et obtenir des rendements de mil suffisants.

Scénario de sécheresse permanente

La figure 3.3 présente les noyaux de garantie sans contrôle ni contrainte carbone obtenus pour le scénario de sécheresse permanente.

Ce scénario réduit la gamme de densités de population pour lesquelles le système est viable. En effet, les densités viables se situent dans l'intervalle [20;70] hab/km² contre [10;120] hab/km² dans le cas précédent. La comparaison avec la figure 3.1 montre qu'à densité de population égale, les noyaux se sont contractés vers leur cœur sous la sécheresse. Il est intéressant de noter que la densité de population critique de 70 hab/km² est cette fois viable pour $I \in \left(\frac{1}{6}; \frac{2}{6}\right)$ contre $I \in \left(\frac{2}{6}; \frac{3}{6}\right)$ dans le cas précédent.

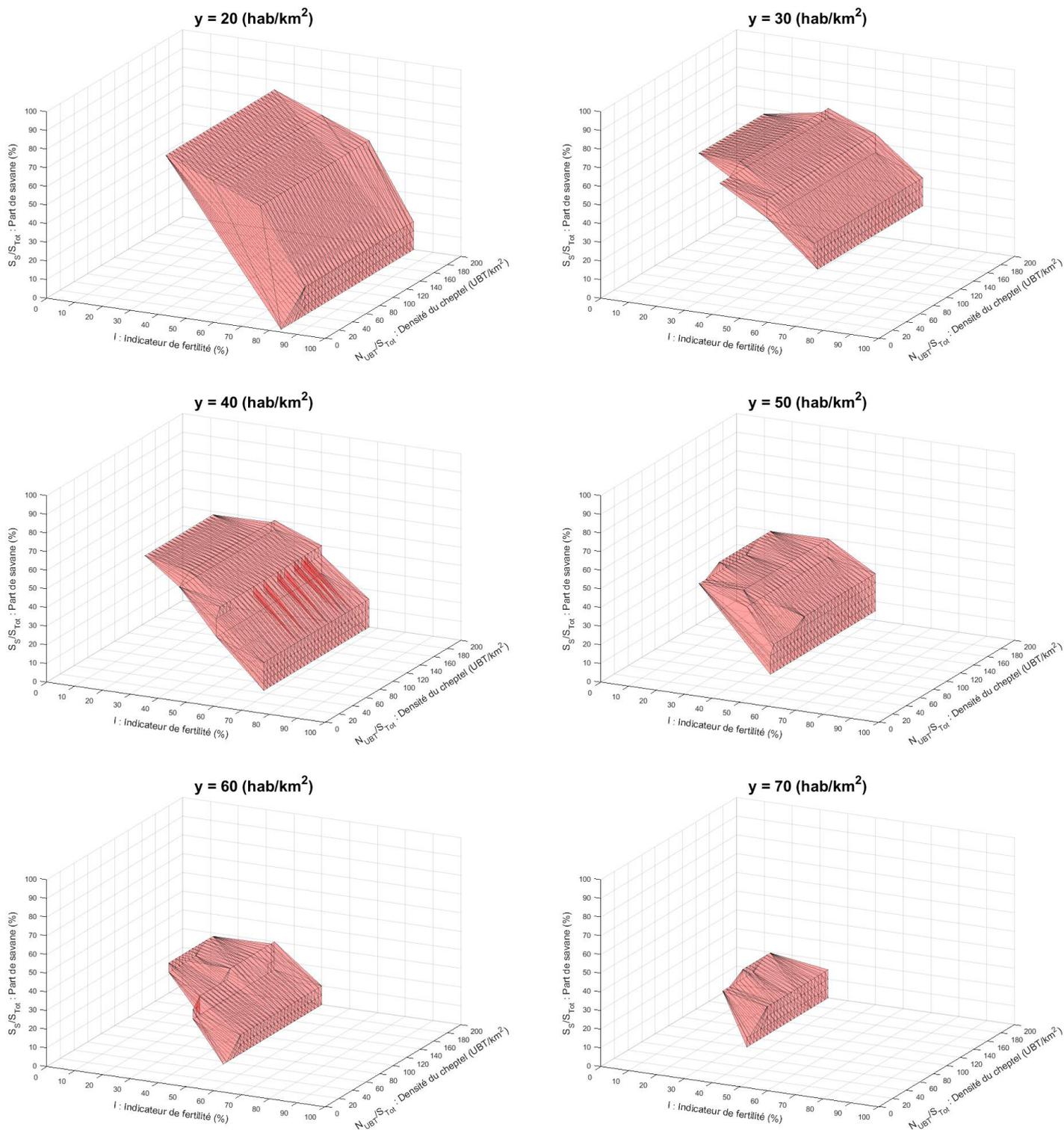


FIGURE 3.3 – Coupes 3D du noyau de viabilité sans contrôle ni contrainte carbone pour $R=0.5$

3.2 Noyaux de viabilité avec contrôles mais sans contrainte carbone

La figure 3.4 présente les noyaux de viabilité avec contrôles mais sans contrainte carbone.

L'introduction des contrôles a pour effet de dilater considérablement les noyaux dégénérés de la partie précédente 3.1 (voir figure 3.5). L'accès à de nouveaux contrôles (ici la possibilité de modifier chaque année l'organisation de l'occupation des sols et la taille du cheptel), et donc à de nouvelles trajectoires, ne peut qu'étendre le noyau de viabilité : celui-ci correspond à l'ensemble des états initiaux à partir desquels il existe **au moins** une trajectoire viable.

Cette extension des possibilités doit s'accompagner d'une prudence accrue dans l'analyse des résultats. En effet, l'état initial dit désormais peut de chose sur son successeur : selon la position dans le noyau, à l'intérieur ou sur la frontière, il peut exister un seul ou de nombreux contrôles viables. Prenons l'exemple du noyau obtenu pour $d_Y=20$ hab/km² : l'état $x_0 = \left(\left(\frac{S_S}{S_{Tot}} \right)_0 ; I_0 ; \left(\frac{N_{UBT}}{S_{Tot}} \right)_0 \right) = (100\%; 100\%; 100 \text{ UBT/km}^2)$ est viable. Pourtant dans cette configuration aucune terre n'est cultivée et les contraintes d'alimentation ne peuvent être respectées. Les premiers contrôles seront forcément une diminution de la surface de savane au profit du champ de case et du champ de brousse, une réduction conséquente de la part de jachère dans le champ de brousse et éventuellement la vente de bétail pour se passer d'une culture d'arachide. A x_0 peut ainsi succéder l'état $x_1 = \left(\left(\frac{S_S}{S_{Tot}} \right)_1 ; I_1 ; \left(\frac{N_{UBT}}{S_{Tot}} \right)_1 \right) = (60\%; 95\%; 90 \text{ UBT/km}^2)$, relativement éloigné sur le graphe.

On remarque avant tout que l'introduction des contrôles n'a pas permis de repousser la densité de population critique de 120 hab/km². La souplesse offerte par les contrôles ne permet pas de repousser les limites physiques rencontrées dans le cas sans contrôle. A court terme, cela permet sans doute de faire subsister une plus grande population via la vente de bétail ou la saturation progressive du terroir, mais la viabi-

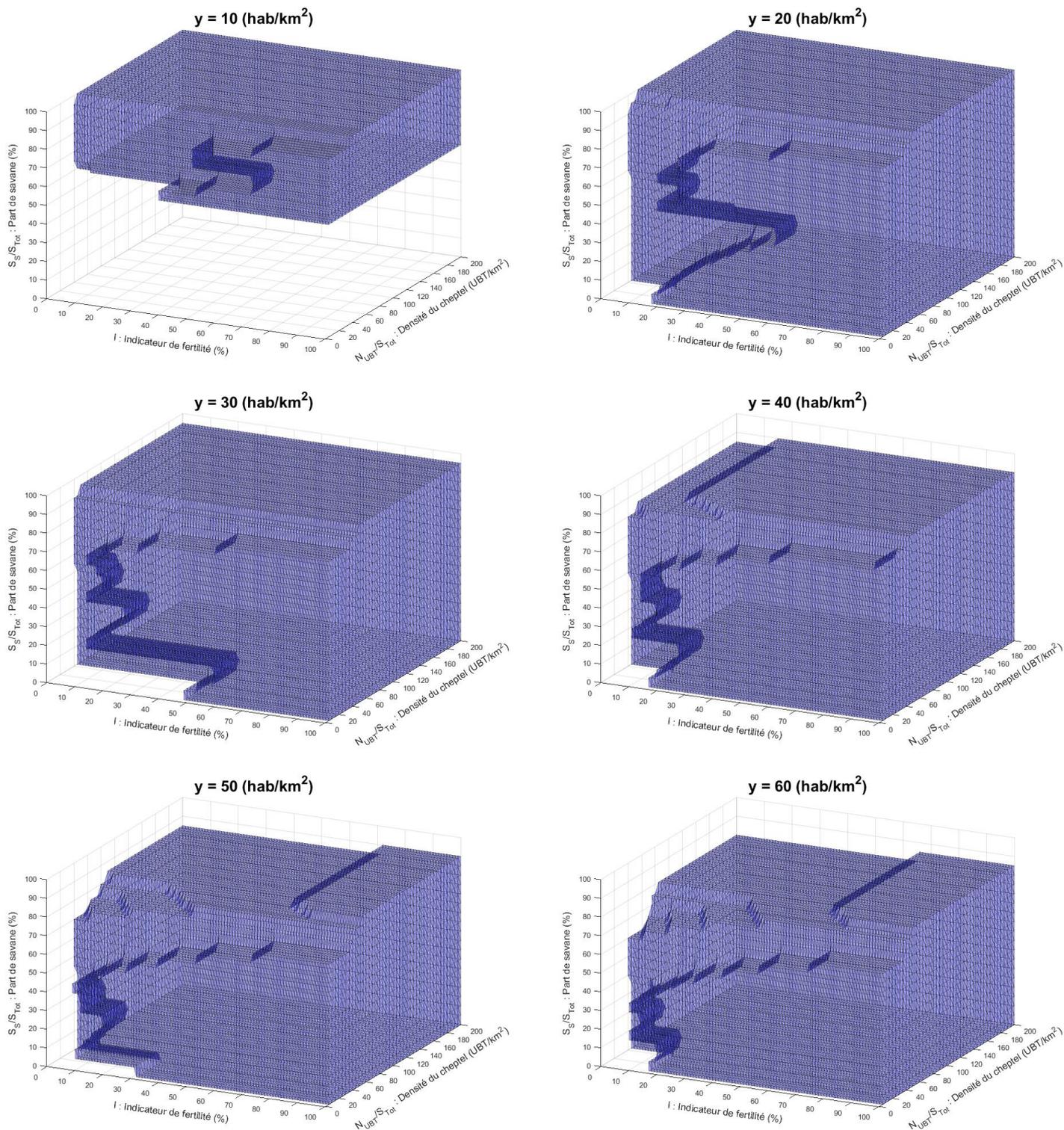


FIGURE 3.4 (a) - Coupes 3D du noyau de viabilité avec contrôles mais sans contrainte carbone pour $R=1$

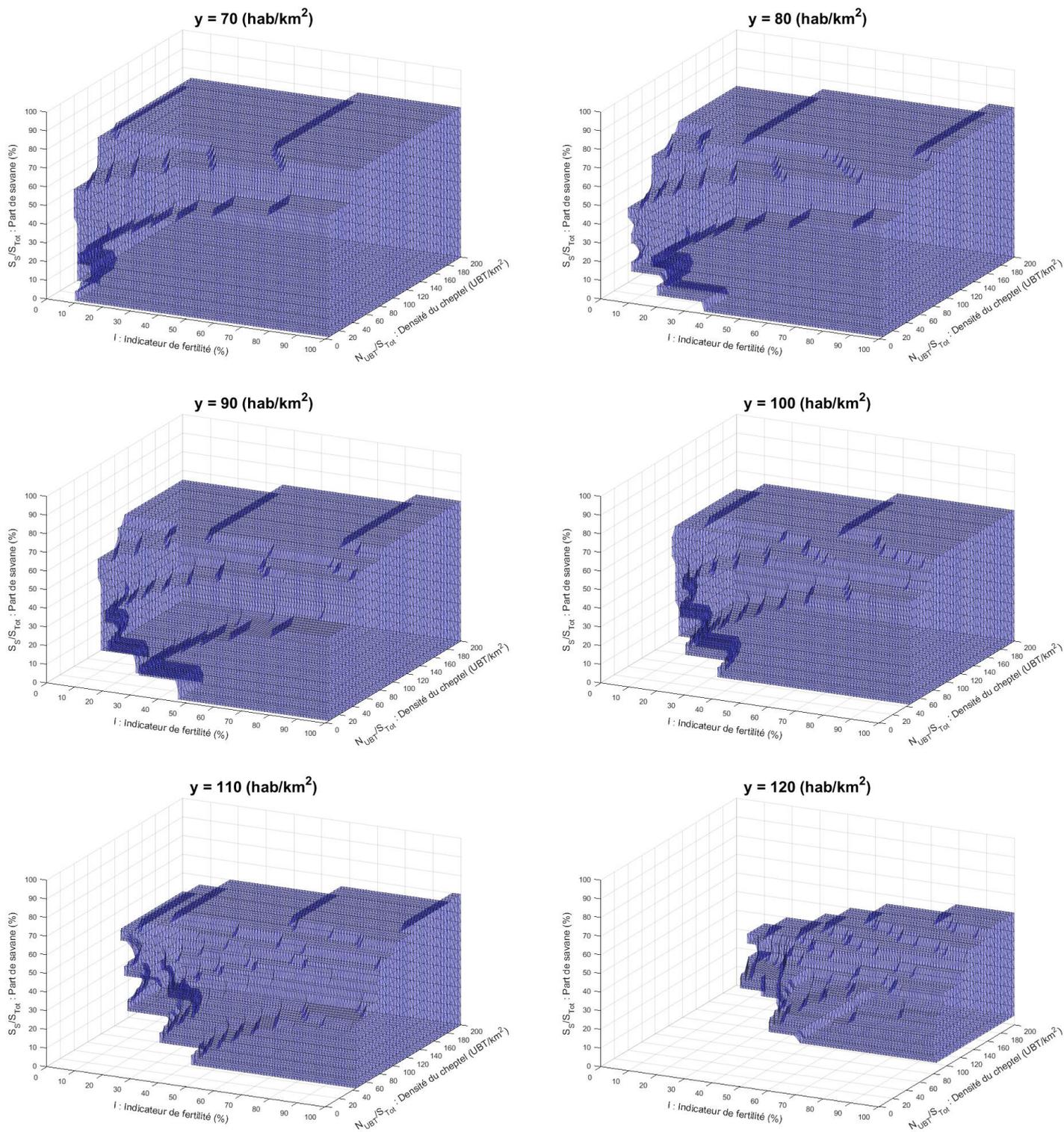


FIGURE 3.4 (b) - Coupes 3D du noyau de viabilité avec contrôles mais sans contrainte carbone pour $R=1$

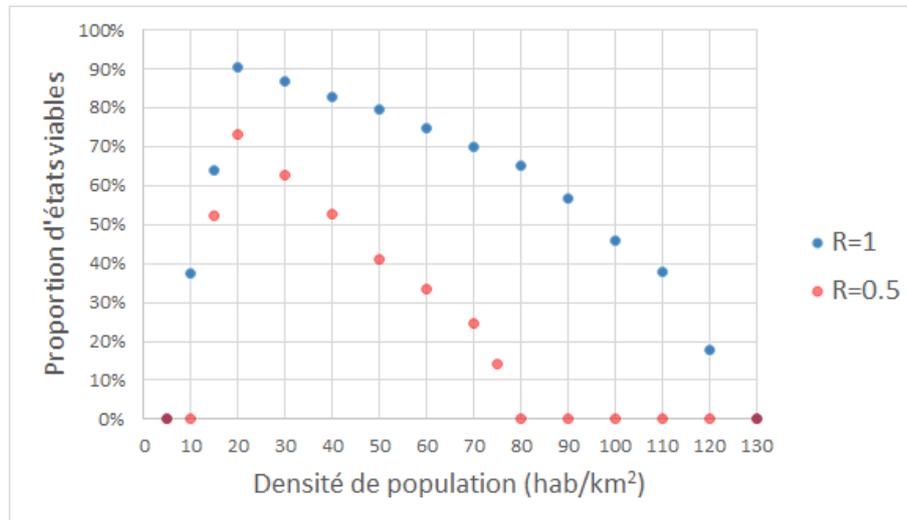


FIGURE 3.5 – Évolution de la proportion d'états viables avec la densité de population dans le cas avec contrôles mais sans contrainte carbone

lité se définissant par le respect des contraintes à tout temps t , le résultat sera le même sur le long terme.

Tentons ensuite d'expliquer les directions de la dilatation des noyaux par rapport au cas sans contrôle représenté sur la figure 3.1.

Tout d'abord, l'augmentation de la part de savane maximale pour chaque couple (I, n_{UBT}) , c'est à dire la hausse du plafond du noyau, s'explique par la possibilité désormais offerte de réduire la savane. La variation de la part de savane étant contrainte à prendre sa valeur dans $\{0\%; -5\%\}$ (voir partie 2.2.1), une part maximale de savane différente de 100 % continuera d'exister pour des densités de population suffisamment élevées.

Remarquons que contrairement au cas sans contrôle, la part maximale de savane $\frac{S_S}{S_{Tot}}$ est positivement corrélée à l'indicateur de fertilité I . En effet, l'indicateur de fertilité est désormais différent de la part du champ de brousse en jachère : un indicateur de fertilité élevé fournit de hauts rendements les premières années ce qui permet de supporter une part initiale de savane plus grande (moins de terres cultivées) le temps de la réduire.

Il faut ensuite comprendre que la taille du troupeau N_{UBT} et la fertilité du champ de brousse I agissent dans le système comme des stocks : étant donné un état viable x_0 , les états avec une part de savane égale mais avec un indicateur de fertilité

du champ de brousse plus élevé et/ou une densité de bétail plus grande seront nécessairement viables eux aussi. En effet, tandis qu'un meilleur indicateur de fertilité permet de plus hauts rendements à l'état initial, un cheptel plus important correspond à un capital plus conséquent et ne peut être que davantage durable (la fuite de main d'œuvre conséquente de la transhumance n'est pas contraignante dans les résultats). Cela explique l'extension des noyaux de viabilité vers les valeurs de I et d_{UBT} élevées. Enfin, on observe, avec l'accès au contrôle, une extension des noyaux de viabilité vers des indicateurs de fertilités plus faibles. Le contrôle sur le bétail, en particulier sa vente, peut permettre de satisfaire la contrainte de trésorerie en se passant de la culture d'arachide le temps de restaurer la fertilité du champ de brousse. A partir de $y=80$ hab/km², on voit apparaître clairement le compromis qu'il existe entre I et n_{UBT} avec l'augmentation de la densité minimale de cheptel à mesure que I diminue.

Finalement, il est important de noter que jusqu'à la densité de $y=110$ hab/km², le système peut être viable sans aucune savane à condition que la fertilité du champ de brousse I et que la densité de cheptel n_{UBT} soient suffisantes.

Scénario de sécheresse permanente

La figure 3.6 présente les noyaux de viabilité avec contrôles mais sans contrainte carbone obtenus pour des rendements réduits de moitié ($R=0,5$).

L'explication de l'extension du domaine de viabilité entre le cas "sans contrôle ni contrainte carbone" et le cas "avec contrôles mais sans contrainte carbone" détaillée plus haut pour $R=1$ est aussi applicable dans ce cas où $R=0,5$.

Comme pour le cas stationnaire (partie 3.1), la baisse des rendements réduit la gamme des densités de population viables à $[20;70]$ hab/km². L'explication de l'extension du domaine de viabilité entre le cas sans contrôle et le cas avec contrôle pour $R=1$ est aussi applicable dans ce cas où $R=0,5$. On peut, de façon approximative, éta-

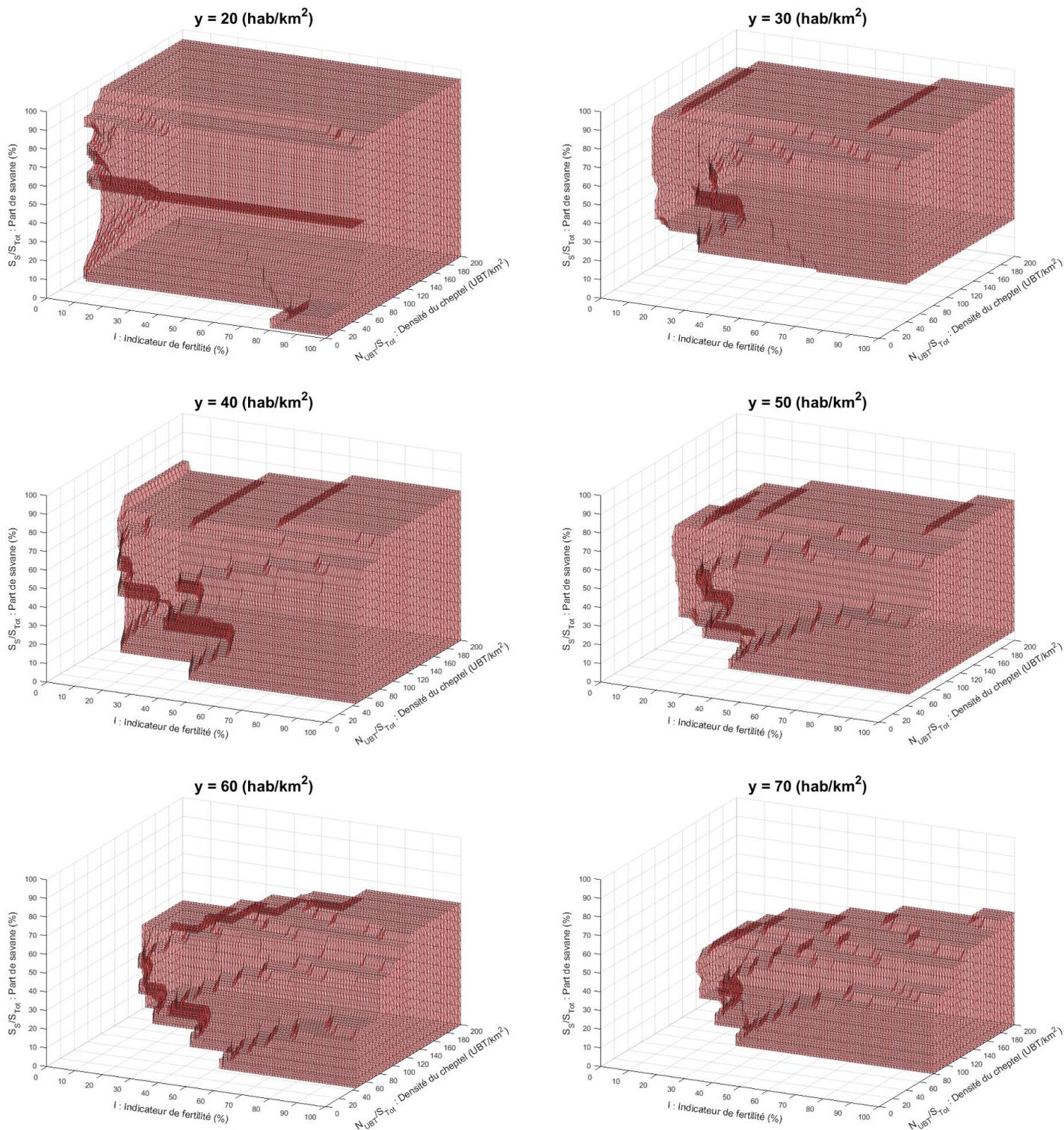


FIGURE 3.6 – Coupes 3D du noyau de viabilité avec contrôles mais sans contrainte carbone pour $R=0.5$

blir une correspondance entre les figures 3.6 et 3.4. Les noyaux pour des densités de population de 40, 60 et 70 hab/km² de la figure 3.6 se rapprochent des noyaux pour les densités de population respectivement de 100, 110 et 120 hab/km² de la figure 3.4. Le diminution de R semble ici simplement translater les noyaux vers des densités de population plus faibles. Cela souligne l'importance des contraintes d'alimentation et de trésorerie pour les fortes densités de population.

Il est aussi intéressant de noter que l'importance du bétail est cette fois soulignée dès les plus faibles densités de population avec une densité minimale non nulle de cheptel pour assurer la viabilité.

3.3 Noyaux de viabilité avec contrôles et contrainte carbone

La figure 3.7 présente les noyaux de viabilité avec contrôles et contrainte carbone. Pour comprendre l'effet de la contrainte carbone sur ces noyaux, il faut préciser quelles sont les occupations de sols qui stockent le plus de carbone. Ce sont, dans l'ordre croissant :

- les cultures d'arachide : $C_{Rente} = 22.2 \text{ t.ha}^{-1}$
- les cultures de mil : $C_{Mil} = 23.2 \text{ t.ha}^{-1}$
- la savane : $C_S = 25.7 \text{ t.ha}^{-1}$
- la jachère : $C_J = 26.9 \text{ t.ha}^{-1}$

La contrainte carbone restreint les évolutions vers des états stockant au moins autant de carbone. Une diminution de la savane devra par exemple s'accompagner d'une augmentation suffisante de la jachère.

On remarque tout d'abord que les noyaux obtenus sont plus larges que dans le cas sans contrôle de la partie 3.1 (voir figure 3.8). Cela signifie qu'il existe des trajectoires viables non stationnaires maintenant ou augmentant la quantité de carbone dans les

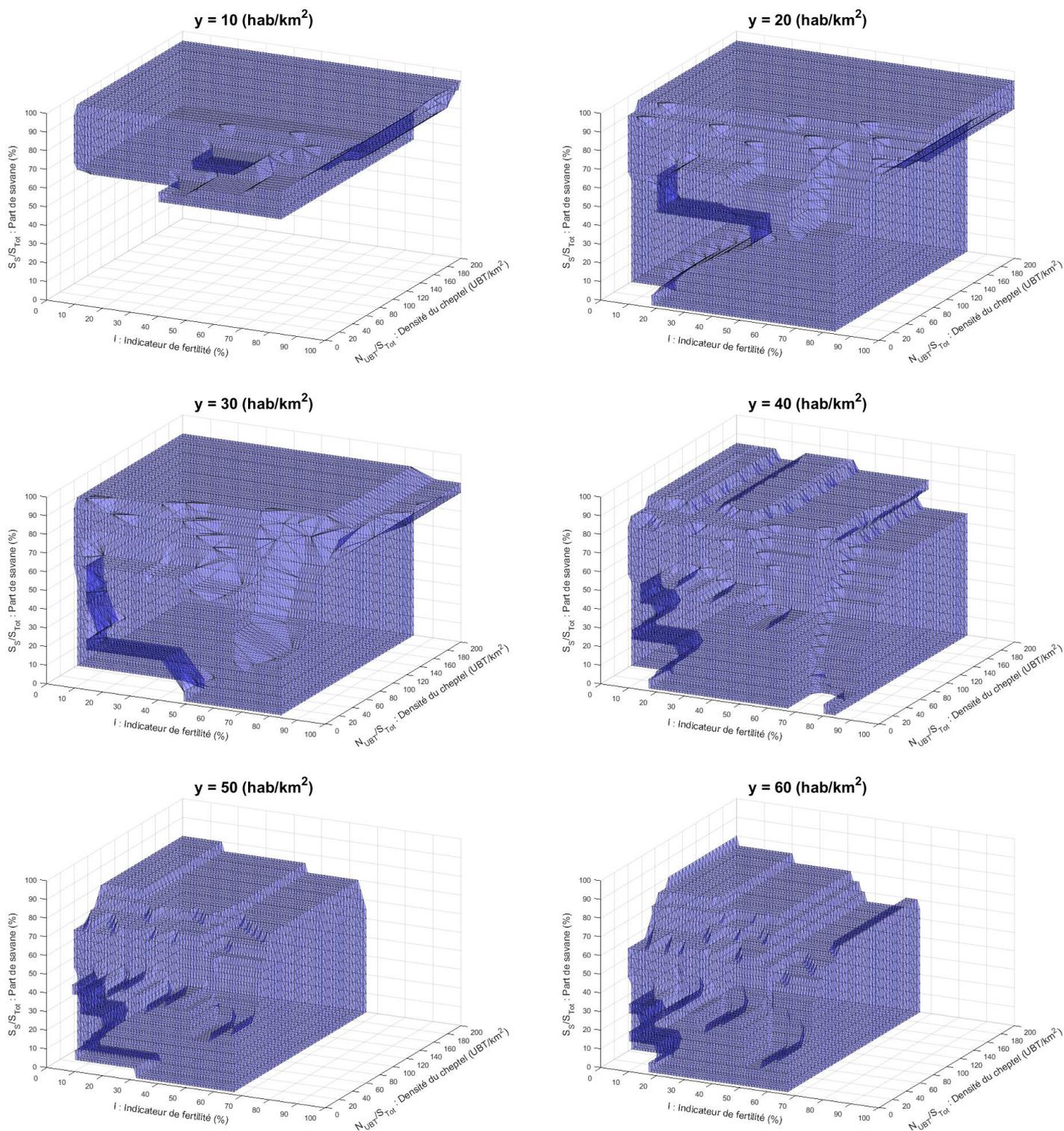


FIGURE 3.7 (a) - Coupes 3D du noyau de viabilité avec contrôles et contrainte carbone pour $R=1$

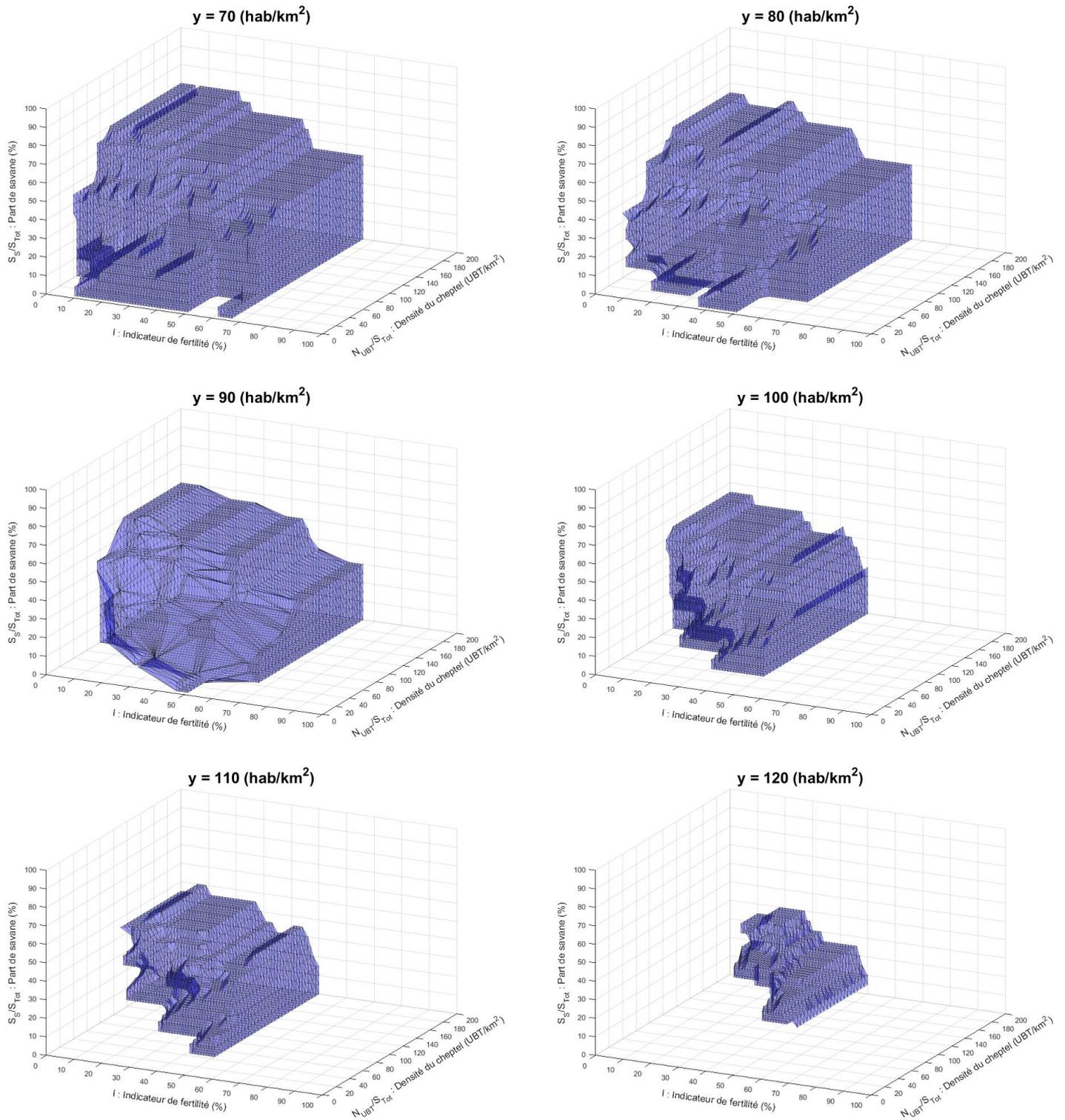


FIGURE 3.7 (b) - Coupes 3D du noyau de viabilité avec contrôles et contrainte carbone pour $R=1$

sols. Toutefois, l'extension, par rapport au cas sans contrôle, des noyaux vers la direction des $(\frac{S_S}{S_{Tot}}, I)$ faibles nous permet d'affirmer qu'il existe des trajectoires viables augmentant strictement la quantité de carbone dans les sols. Par exemple, l'intersection de la droite $(I, \frac{S_S}{S_{Tot}})=(0,0)$ avec le noyau de viabilité est non vide jusqu'à $y=100$ hab/km². Or, ces états correspondent aux plus bas stocks de carbone dans les sols. Ces états étant non viables dans le cas sans contrôle, au moins un des contrôles effectués modifiera l'état et l'emmènera nécessairement vers une augmentation des quantités de carbone dans les sols.

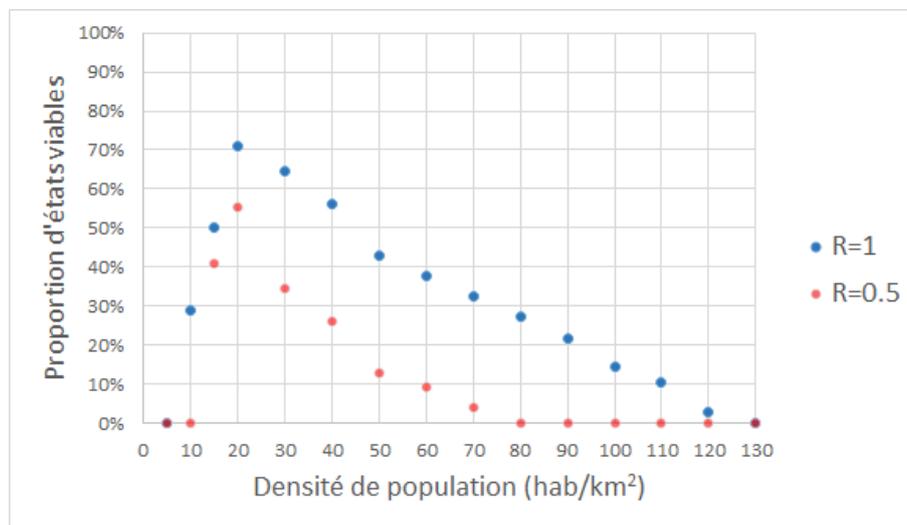


FIGURE 3.8 – Évolution de la proportion d'états viables avec la densité de population dans le cas avec contrôles et contrainte carbone

On peut ensuite, de façon analogue à l'analyse présentée en partie 3.2, s'intéresser aux directions de l'extension du noyau par rapport au cas sans contrôle.

La principale direction d'élargissement des noyaux est celle des I et/ou $\frac{S_S}{S_{Tot}}$ faibles, soit un élargissement vers les états où les stocks de carbone dans les sols sont les plus bas. A partir de ces états, on peut envisager une augmentation de la part de jachère, accompagnée ou non d'une diminution de la savane.

On observe également un agrandissement du noyau vers les surfaces de savane importantes (élévation du plafond). La raison de cela est la meilleure capacité de stockage du carbone des sols de jachère par rapport au sol de savane : $C_J > C_S$ (voir tableau A1 en annexe A). Une augmentation de la surface du champ de brousse ($\delta S_B > 0$) combinée à une augmentation de sa surface en jachère s_J peut donc compenser une réduction de

la savane ce qui permet satisfaire la contrainte carbone et d'évoluer vers un état viable du noyau sans contrôle.

Notons enfin que les noyaux ne s'agrandissent pas vers les indicateurs de fertilité élevés. En effet, si l'on compare les figures 3.1 et 3.7, on voit que la valeur la plus élevée de I est la même pour chacune des densités. Cela traduit l'impossibilité de compenser la diminution de carbone dans les sols causée par la réduction de la jachère.

Finalement, une comparaison entre les noyaux de viabilité avec contrôles obtenus avec et sans contrainte carbone est intéressante.

La contrainte carbone tronque les noyaux de viabilité de la figure 3.4 pour des valeurs de I de plus en plus faibles à mesure que la densité de population augmente. En effet, la fertilité du champ de brousse, qui pouvait auparavant être interprétée comme un stock, doit maintenant être préservée si l'on veut rester viable : ce sont les jachères qui stockent le plus de carbone et qui, à ce titre, ne peuvent être remplacées sous la contrainte carbone. Un indicateur de fertilité I élevé impose donc une gestion très contraignante du champ de brousse avec le maintien d'une part élevée de jachère.

On note également le retour de la corrélation négative entre part de savane $\frac{S_S}{S_{Tot}}$ et indicateur de fertilité I pour un n_{UBT} donné. Cela traduit l'impossibilité de réduire la savane sans augmenter la surface de jachère : étant donné le I limite évoqué dans le paragraphe précédent, la réduction de la savane sera d'autant plus envisageable que l'on se trouve loin de ce seuil. Ainsi, plus I est faible, plus la réduction de la savane peut être importante.

Scénario de sécheresse permanente

La figure 3.6 présente les noyaux de viabilité avec contrôles et contrainte carbone obtenus pour des rendements réduits de moitié ($R=0,5$).

Les comparaisons effectuées plus haut entre le cas "avec contrôles et contrainte carbone" et les cas "sans contrôle ni contrainte carbone" et "avec contrôles mais sans

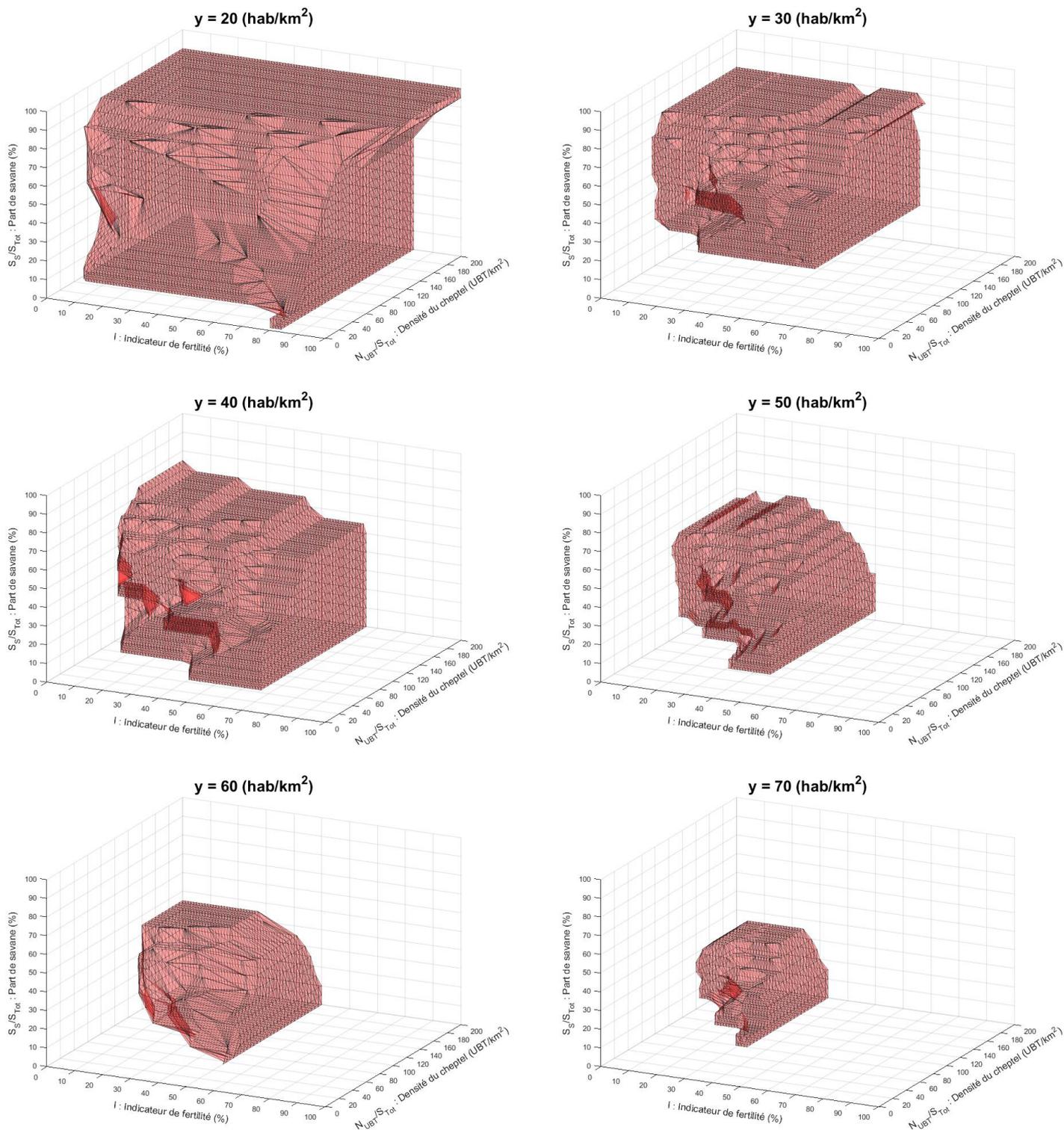


FIGURE 3.9 – Coupes 3D du noyau de viabilité avec contrôles et contrainte carbone pour $R=0.5$

contrainte carbone" pour $R=1$ sont tout aussi pertinentes pour $R=0.5$.

On note encore une fois la réduction de la gamme de densités de population à l'intervalle $[20;70]$ hab/km² et l'importance du bétail soulignée par le besoin d'une densité minimale de bêtes dès 20 hab/km².

Chapitre 4

Discussion

4.1 Portée des résultats

Les noyaux de viabilité obtenus sont cohérents avec la conception du modèle et la représentation classique de ces systèmes. Les systèmes à faible densité de population sont contraints par la quantité de main d'œuvre disponible et ne peuvent avoir qu'une petite partie du terroir cultivée. Avec la croissance démographique, ce sont les contraintes d'alimentation, de bois et d'arachide qui deviennent déterminantes. La présence de bovins dans le système devient alors primordiale pour en assurer la viabilité en intensifiant les cultures tandis que la jachère et la savane reculent progressivement au profit de l'extension des cultures permanentes. Malgré la taille conséquente des noyaux de viabilité obtenus dans le cas avec contrôles mais sans contrainte carbone (figure 3.4), il faut avoir conscience que les systèmes à forte densité de population n'intègrent que peu de jachère et que les états initiaux avec un indicateur de fertilité I élevé sont très peu probables. Cela laisse toutefois une marge de contrôle appréciable sur la taille de la savane et du troupeau. L'importance du bétail soulignée pour les fortes densités de population peut expliquer le choix de se tourner vers l'embouche bovine pour continuer à supporter la croissance démographique.

Nous proposons ci-après les analyses que l'on peut en tirer sur les plans démographique et environnemental ainsi que sur la problématique de séquestration du carbone.

4.1.1 Analyse démographique

Pour plusieurs raisons, le département de Fatick dans le bassin arachidier peut servir de référence pour les considérations démographiques :

- L'observatoire de Niakhar, qui accueille depuis les années 1960 des chercheurs pour des enquêtes démographiques, sanitaires et environnementales, est situé dans cette zone.
- La population y est principalement rurale : 88% en 1998 (Camara, 2002) ce qui permet d'approcher la valeur de la densité de population dans les zones rurales.

Les densités critiques de 70 hab/km² et de 120 hab/km² soulignées par les noyaux de viabilité peuvent être comparées aux densités observées lors de la période de sécheresse (1960-1985) dans ce département : 100-130 hab/km² (Lericollais, 1999). Cette période s'est accompagnée de l'essor de la migration vers les villes afin de réguler les densités de population dans des agro-systèmes dont la viabilité n'était plus assurée. Malgré le retour à la normale des précipitations observées ces dernières années, les recensements les plus récents donnent pour Fatick une densité démographique de 119 hab/km² en 2013 (ANSD, 2013).

Cela donne d'une part du crédit à nos résultats qui fournissent une densité critique cohérente. D'autre part, cela tend à conforter notre choix initial de non prise en compte de l'embouche bovine et des intrants. On remarque en effet que la densité de population n'a pas sensiblement changé entre la période de la sécheresse et aujourd'hui malgré le développement de ces deux marchés.

On note également que la saturation totale du terroir (figure 1.5) est non viable en l'état pour de fortes densités de population. Il est nécessaire de conserver un minimum de savane (entre 10 et 30 %) et de jachère dans le champ de brousse (entre $\frac{1}{3}$ et $\frac{1}{2}$). Cette configuration limite correspond à l'organisation du terroir juste après l'introduction de l'arachide. Par ailleurs, ces parts de jachère limites, sont cohérentes avec celles mises en évidence dans un agro-système similaire par une approche mathématique de maxi-

misation de la production d'azote : 25%-50% (Bisson et al., 2017).

4.1.2 L'importance des incertitudes climatiques

L'un des principaux facteurs de la remise en cause de la viabilité des agro-systèmes du bassin arachidier est la variabilité des quantités de précipitations. Les considérations effectuées sur le scénario sans contrainte climatique ne permettent pas d'apprécier le rôle parfois disproportionné des événements imprévisibles.

L'approche de la dégradation climatique proposée dans cette étude consistait à considérer le scénario d'une sécheresse permanente réduisant les rendements de moitié. La contraction conséquente des noyaux de viabilité et de la gamme de densités de population viables souligne la sensibilité du système aux précipitations et la nécessité d'améliorer sa résilience face aux perturbations climatiques. Si l'on raisonne avec les noyaux de viabilité sans contrôle ni contrainte carbone (figure 3.1 et 3.3), on remarque que pour une même densité de population, la sécheresse s'accompagne d'une réduction de la surface de savane et de la part de jachère dans le champ de brousse. L'incertitude climatique pourrait être la raison de reculs ponctuels de la savane et de la jachère, accompagnant les années de mauvaises pluies, qui sortiraient progressivement le système du noyau de viabilité en le poussant vers les $\frac{S_S}{S_{Tot}}$ et I faibles. Face à cela, l'adaptation des populations peuvent prendre deux formes : la saturation du terroir avec l'extension de la surface cultivée et la migration vers la ville.

Un approche stochastique permettrait d'apporter une lecture éclairante de la sensibilité du système au climat en fournissant pour chaque état, la probabilité qu'il existe une trajectoire viable.

4.1.3 La question du carbone

Les systèmes à même d'augmenter les quantités de carbone dans les sols correspondent aux états les plus pauvres en carbone (I et $\frac{S_S}{S_{Tot}}$ faibles). L'ajout de cette contrainte

carbone réduit sensiblement la taille des noyaux de viabilité (voir figures 3.5 et 3.8) ce qui se traduit par une réduction du nombre de choix possibles pour les habitants.

La réponse des cultures à une augmentation de la matière organique dans les sols n'étant pas pris en compte, il n'est pas possible de statuer sur la désirabilité d'une telle démarche. Imposer une nouvelle contrainte à un agro-système déjà saturé et fortement sensible aux aléas climatiques semble toutefois déraisonnable.

Le programme "4 pour 1000"

Outre les questionnements sur l'éthique (remise en cause du principe de responsabilité commune mais différenciée) et la faisabilité d'un tel projet (Tschakert and Tappan, 2004), la viabilité d'une telle augmentation des stocks de carbone doit être interrogée. Même si le rôle de la matière organique dans la fertilité des sols permet de présenter le stockage du carbone comme une stratégie « gagnant-gagnant » (Batjes, 2001), l'évolution proposée est exponentielle et résultera en une augmentation du carbone dans les sols de 10% après 25 ans, 50% après un siècle... Passé un certain seuil, les effets bénéfiques sur les rendements des cultures seront assurément remis en question.

4.2 Limites du modèle

La conception de la modélisation s'est accompagnée de choix réduisant nécessairement le cadre de l'étude et d'hypothèses fortes concernant le fonctionnement et la dynamique du système.

4.2.1 Cadre de la modélisation

4.2.1.1 Omission des considérations sociales et foncières

Les déterminants sociaux et fonciers ne sont pas pris en compte dans l'étude. Ils revêtent pourtant une importance à souligner pour comprendre la gestion de l'espace (Fanchette, 2000). Ainsi, la réduction de la jachère peut en partie s'expliquer par la

crainte de se voir retirer les droits sur sa terre conformément à la loi sur le domaine national de 1964. L'origine des individus peut également expliquer les choix de se tourner préférentiellement vers l'élevage ou l'agriculture.

4.2.1.2 Absence des intrants et de l'embouche bovine

Une hypothèse déterminante est la réduction du cadre de l'étude aux systèmes n'intégrant ni les intrants (fertilisants minéraux, semences améliorées, compléments alimentaires), ni la pratique de l'embouche bovine. Cela peut en partie se justifier avec la remise en cause de la durabilité des fertilisants minéraux (Pieri, 1989) et par la nécessité qui en résulte d'étudier la viabilité d'agro-systèmes se passant de tels pratiques. La concordance entre la densité de population limite de 120 hab/km² du modèle et celle de 119 hab/km² de la région de Fatick depuis le retour des précipitations à la normale (ANSD, 2013) tendent d'ailleurs à nuancer l'efficacité de ces pratiques à faire face à la croissance démographique.

Toutefois, ces formes d'adaptation peuvent jouer sur la résilience du système, que ce soit en le soumettant à des incertitudes économiques plus fortes ou en réduisant la dépendance aux conditions climatiques. En ce sens, ces pratiques, et les incertitudes économiques concomitantes, gagneraient à être intégrées à la modélisation. D'autre part, il faut rappeler que la densité limite de 120 hab/km² mise en évidence dans le modèle ne prend pas en compte les incertitudes climatiques qui peuvent être déterminantes. Ces formes d'adaptation pourraient donc avoir participé à relever la densité de population viable pour ce type d'agro-système.

4.2.1.3 Rôle négligé du parc arboré

Enfin, il faut évoquer le rôle du parc arboré, non pris en compte dans la modélisation. La présence de *Faidherbia Albida* (ou *Acacia Albida*) sur le terroir participe, par sa qualité de légumineuse, au maintien de la fertilité des sols. De plus, sa phénologie inversée lui permet de fournir du fourrage pour les bêtes à la fin de la saison sèche, pé-

riode contraignante pour l'alimentation du bétail. Enfin, il peut constituer une source annexe de bois. La disparition de la savane et des jachères dans le pays sereer s'est d'ailleurs accompagnée d'une intensification du parc arboré ce qui souligne l'importance croissante de son rôle.

Son absence au sein de la modélisation s'explique par la nécessaire réduction de la complexité du modèle et par la difficulté à quantifier l'effet de la densité de *Faidherbia Albida* sur les rendements.

4.2.2 Dynamique et fonctionnement

4.2.2.1 Conception de la fertilité du champ de brousse

La fertilisation du champ de brousse est supposée être exclusivement assurée par la jachère, ce qui appelle plusieurs commentaires.

Tout d'abord, le fumier riche en nutriments déposée par les bêtes n'est pas pris en compte dans le calcul des rendements du champ de brousse. Cela peut être remis en question lorsque les densités de bétail deviennent élevées. Toutefois, la période de parage dans la jachère du champ de brousse est la période la plus contraignante en termes d'alimentation du bétail. Le départ forcée des bêtes en transhumance réduira sensiblement les apports de fumier sur ces périodes.

Ensuite, la fixation d'azote par l'arachide n'est pas pris en compte. Son efficacité relative a toutefois été soulignée Pieri (1989).

Enfin le lien établi entre l'intensité de jachère et le rendement avec la conception du rôle de la jachère selon Guillemain (voir partie 2.2.2.2) est sujet à débat (Mertz, 2002).

A défaut de cette vision du système, on peut envisager une approche par les flux de nutriments et de carbone (C, N et P) comme il est fait à l'échelle de la parcelle. Cela nécessite beaucoup de variables d'état (trois par type d'occupation du sol) et semble compliqué avec l'approche de la théorie de la viabilité. L'utilisation de la stœchiométrie peut être féconde pour réduire le nombre de variables (De Mazancourt et al., 1998) mais la présence du bétail, essentielle dans ces agro-systèmes, participe à découpler

ces rapports de proportionnalités entre le carbone et les nutriments (Soussana and Le-maire, 2014) d'où de nouvelles limites à envisager.

4.2.2.2 Population constante

Le travail à horizon infini impose des contraintes fortes sur la modélisation de la dynamique démographique. Une dynamique simple avec un taux de croissance constant n'est en effet pas envisageable puisqu'elle implique une population non bornée. L'idéal serait de définir une perturbation et un contrôle correspondant respectivement au taux de natalité et au taux de migration. Par souci de simplicité, le choix a ici été fait de considérer des populations constantes. En cela, des aspects du problème sont écartés : comme le montrent les différents noyaux, la transition d'une population à une autre impose à priori des modifications de la gestion de l'espace liés à la modification des besoins ou de la quantité de main d'œuvre. Des modifications de population ne s'accompagnant pas de changement dans la gestion de l'espace, lors de périodes de sécheresse par exemple, pourraient expliquer une certaine remise en cause des conditions de viabilité.

4.2.2.3 Autonomie alimentaire

Une dernière hypothèse déterminante que nous soulignerons est l'autonomie alimentaire du village. Suivant les études, la part des ménages autosuffisants en alimentation varie entre 50 % Lericollais (1999) à Fatick et 60 % à Niakhar (Adjamagbo et al., 2006), le reste des aliments étant acheté. La sécurité alimentaire atteint cependant 83% grâce à l'entraide familiale (Adjamagbo et al., 2006).

Conclusion

Les systèmes agro-sylvo-pastoraux du bassin arachidier au Sénégal sont caractérisés par de fortes contraintes démographiques, environnementales et sociales. Une modélisation dans le cadre de la théorie de la viabilité a été entreprise pour identifier les états de ces systèmes les plus à même de perdurer dans le temps. Les résultats mettent en évidence le stade limite de densité démographique atteint à ce jour par les systèmes et la difficulté de recourir à une intensification des cultures sans modifier le cadre que l'on s'est fixé dans cette étude. Mettre à contribution ces territoires dans les stratégies de séquestration de carbone semble par ailleurs aller à l'encontre de leur durabilité déjà fébrile.

Contre la recherche de séquestration de carbone ou d'intensification des cultures, certains suggèrent plutôt de se concentrer sur la recherche d'adaptabilité dans l'occupation des sols afin d'améliorer la résilience de ces systèmes face aux perturbations extérieures, qu'elles soient écologiques ou économiques (Niemeijer, 1996; Brookfield, 2001). Dans les termes de notre étude, un tel axe de recherche consiste à accepter les limites de densités intrinsèques aux systèmes et chercher à rapprocher les noyaux obtenus dans le cas de la sécheresse permanente avec ceux obtenus sur les moyennes temporelles. Les stratégies d'adaptation récentes comme la pratique de l'embouche bovine ou l'introduction de la pastèque, qui ne semblent pas avoir permis de repousser sensiblement les densités de population critiques, sont peut-être des vecteurs de résilience face aux aléas écologiques. Néanmoins, ces nouvelles activités sont soumises aux logiques de la sphère économique qui réserve également son lot d'imprévisibilité, d'où la nécessité de penser la résilience face aux perturbations économiques.

Bibliographie

- Adjamagbo A., Delaunay V., Lévi P. et Ndiaye O. (2006). Comment les ménages d'une zone rurale du Sénégal gèrent-ils leurs ressources ? *Études rurales* 177, 69–90.
- Affholder F., Sultan B., Kouakou P., Poeydebat C. et Muller B. (2015). Yield gap and the shares of climate and crop management in yield and yield variability of staple crops in west africa. [o-3330b-01]. In : *Our Common Future under Climate Change. International scientific conference Abstract Book 7-10 July 2015. Paris, France. CFCC15.* Paris : CFCC15, Résumé, 596-597.
- Akobundu I., Ekeleme F. et Chikoye D. (1999). Influence of fallow management systems and frequency of cropping on weed growth and crop yield. *Weed Research* 39, 241–256.
- ANSD (2013). Recensement général de la population et de l'habitat, de l'agriculture et de l'élevage.
- Aubin J.P. (2009). *Viability Theory (Modern Birkhäuser Classics)*. Birkhäuser.
- Banque Mondiale (2017). URL : <https://donnees.banquemondiale.org>.
- Batjes N.H. (2001). Options for increasing carbon sequestration in west african soils : an exploratory study with special focus on senegal. *Land Degradation & Development* 12, 131–142.
- Berger M. (1996). Fumure organique : des techniques améliorées pour une agriculture durable. *Agriculture et Développement* , 37–46.
- Bisson A., Boudsocq S., Casenave C., Barot S., Manlay R., Vayssières J., Masse D. et Daufresne T. (2017). Impact of land-use changes on the soil fertility and crop production of west africa agro-ecosystems : an ecological source-sink modelling approach. [à paraître].
- Brookfield H. (2001). *Exploring Agrodiversity*. New York : Columbia University Press.
- Camara A.M. (2002). Dimensions régionales de la pauvreté au Sénégal. *Belgeo* 1, 17–28.
- Chikoye D., Akobundu I. et Ekeleme F. (2000). Long-term effects of pueraria phaseoloides and leuceana leucocephala fallow on weed growth and composition in cassava intercropped with maize. Floret, Ch., Pontanier, R. (Eds.), *La Jachère en Afrique Tropicale*, 2000 , 603–610.
- Cormier M.C., Gueye C., Lericollais A. et Seck S. (2000). *Senegal 2000, images et cartes*. URL : <http://www.cartographie.ird.fr/SenegalFIG/index.html>. cartographie : A. Le Fur (AFDEC) - Maquette : L. Quinty (LCA).

- De Lara M. et Doyen L. (2008). Sustainable Management of Natural Resources. Springer Berlin Heidelberg.
- De Mazancourt C., Loreau M. et Abbadie L. (1998). Grazing optimization and nutrient cycling : When do herbivores enhance plant production? *Ecology* 79, 2242–2252.
- De Ridder N. et Van Keulen H. (1990). Some aspects of the role of organic matter in sustainable intensified arable farming systems in the west-african semi-arid-tropics (sat). *Fertilizer research* 26, 299–310.
- Fanchette S. (2000). Les modalités de la pratique de la jachère en haute-casamance : entre blocages fonciers et reconstitution de la fertilité In : Floret Christian (ed.), Pontanier Roger (ed.). *La jachère en Afrique tropicale : rôles, aménagement, alternatives : 1. Actes du séminaire international, Dakar, 13-16 avril 1999.*
- FAO (2017). URL : <http://www.fao.org/faostat/>.
- Fernandes P. (2000). Effets des modes de gestion des terres en zone sahélienne sur les terres et l'évolution de leur bilan organique et biologique : conséquences pour une production céréalière soutenue - Cas du Sénégal. Ph.D. thesis. Inst. Nat. Polytech. de Lorraine, Nancy. 109p.
- Gueye F. et Ganry F. (1981). Recyclage des résidus de récolte par voie fermentative. exemple de deux pailles : mil et maïs. Foundation for Science - Institut Sénégalais de Recherches agricole/ CNRA, Stockholm - Bambey.
- Guillemin R. (1956). Evolution de l'agriculture autochtone dans les savanes de l'oubaoui. *Agronomie Tropicale* 11, 143–176.
- Ickowicz A., Usenguluremyi J., Richard D. et Colleie F. (1998). Interactions entre jachère et systèmes d'alimentation des bovins. choix techniques et dynamique de développement (zone soudanienne, sénégal). Floret C., Pontanier R. (Eds.), *Jachère et Systèmes Agraires, Niamey, Niger, 30/09-2/10-1998.* ORSTOM , 123–138.
- Lericollais A. (1999). Paysans sereer. Dynamiques agraires et mobilité au Sénégal. IRD.
- Manlay R. (2000). Dynamique de la matière organique à l'échelle d'un terroir agropastoral de savane ouest-africaine (Sud-Sénégal). Ph.D. thesis. ENGREF.
- Mertz O. (2002). *Agroforestry Systems* 55, 149–159.
- Niemeijer D. (1996). The dynamics of african agricultural history : Is it time for a new development paradigm? *Development and Change* 27, 87–110.
- Pélissier P. (1966). *Les Paysans du Senegal. Les civilisations agraires du Cayor à la Casamance.* Frabregue.
- Pieri C. (1989). Fertilité des terres de savanes. Bilan de trente ans de recherche et de développement agricoles au Sud du Sahara. Ministère de la Coopération, Paris et CIRAD-IRAT.
- Ruthenberg H. (1980). *Farming systems in the tropics.* Oxford : Clarendon Press.

- Saint-Pierre P. (1994). Approximation of the viability kernel. *Applied Mathematics & Optimization* 29, 187–209.
- Soussana J.F. et Lemaire G. (2014). Coupling carbon and nitrogen cycles for environmentally sustainable intensification of grasslands and crop-livestock systems. *Agriculture, Ecosystems & Environment* 190, 9–17.
- Tschakert P. et Tappan G. (2004). The social context of carbon sequestration : considerations from a multi-scale environmental history of the old peanut basin of senegal. *Journal of Arid Environments* 59, 535–564.

Annexes

A Paramètres du modèle

Nom	Description	Valeurs	Sources
a	Part assimilable de la biomasse herbacée	50 %	(Manlay, 2000) p.187 (Approximation)
B_{Bois}	Besoin en bois d'un habitant	0.28 tMS.an ⁻¹	(Manlay, 2000) p.184
B_{Rente}	Besoin en culture de rente d'un habitant	0.21 tMS.an ⁻¹ .hab ⁻¹	(Manlay, 2000) p.139
B_{UBT}	Besoin alimentaire du bétail	4.0 10 ⁻³ tMS.UBT ⁻¹ .j ⁻¹	Voir annexe G
B_{UN}	Besoin en mil d'une unité à nourrir	0.2 tMS.an ⁻¹ .UN ⁻¹	(Lericollais, 1999) p.242
C_J	Quantité de carbone dans les sols de jachère (horizon 0-40cm)	25.7 t.ha ⁻¹	(Manlay, 2000) p.273
C_{Mil}	Quantité de carbone dans les sols de culture de mil (horizon 0-40cm)	23.2 t.ha ⁻¹	(Manlay, 2000) p.279
C_{Rente}	Quantité de carbone dans les sols de culture d'arachide (horizon 0-40cm)	22.2 t.ha ⁻¹	(Manlay, 2000) p.279
C_S	Quantité de carbone dans les sols de savane (horizon 0-40cm)	26.9 t.ha ⁻¹	(Manlay, 2000) p.273
d_{Fum}	Coefficient directeur de la relation linéaire $\frac{\rho_{Viv,C}}{\rho_{Viv,Nom}} = f\left(\frac{Q_{Fum,C}}{S_C}\right)$	8.81 * 10 ⁻² ha.tMS ⁻¹	Voir annexe B
d_I	Coefficient directeur de la relation linéaire $\frac{\rho_{Viv,B}}{\rho_{Viv,Nom}} = f(I)$	0.82	Voir annexe C
d_J	Coefficient directeur de la relation linéaire $H_J = f(I)$	-6.03 tMS.ha ⁻¹	Voir annexe D
e_{prix}	Rapport de conversion entre une tonne d'arachide et une UBT : $\frac{prix_{UBT}}{prix_{Rente}}$	0.5	Voir annexe F
H_{rente}	Rendement en résidus de culture d'arachide	2.34 tMS.ha ⁻¹	(Manlay, 2000) p.103
H_{viv}	Rendement en résidus de culture de mil	7.24 tMS.ha ⁻¹	(Manlay, 2000) p.103
M	Moyenne d'Unité à Nourrir (UN) par habitant	0.72 UN.hab ⁻¹	Voir annexe E
m_{UBT}	Efficacité métabolique du bétail : rapport Excrétion/Ingestion	0.46	Voir annexe G

Nom	Description	Valeurs	Sources
o_{Fum}	Ordonnée à l'origine de la relation linéaire $\frac{\rho_{Viv,C}}{\rho_{Viv,Nom}} = f\left(\frac{Q_{Fum,C}}{S_C}\right)$	0.881	Voir annexe B
o_I	Ordonnée à l'origine de la relation linéaire $\frac{\rho_{Viv,B}}{\rho_{Viv,Nom}} = f(I)$	0.432	Voir annexe C
o_J	Ordonnée à l'origine de la relation linéaire $H_J = f(I)$	7.92 tMS.ha ⁻¹	Voir annexe D
r_{Viv}	Part non comestible de la culture vivrière (mil)	39 %	(Manlay, 2000)
$\rho_{Viv,Nom}$	Rendement nominal du mil : rendement obtenu avec 2.5 tMS de fumure par hectare	0.625 tMS.ha ⁻¹	(Manlay, 2000)
$\rho_{Rente,Nom}$	Rendement de l'arachide	1.29 tMS.ha ⁻¹	(Manlay, 2000)
ρ_{Bois}	Rendement en bois	0.7 tMS.ha ⁻¹	(Manlay, 2000) p.55 (marge haute)
τ_{Sec}	Durée de la saison sèche	265 j	(Lericollais, 1999) p.221 (Approximation)
τ_{Hiv}	Durée de l'hivernage	100 j	(Lericollais, 1999) p.221 (Approximation)
τ_{cont}	Durée de la période contraignante (entre la première pluie et le soulèvement de l'arachide)	70 j	(Lericollais, 1999) p.221 (Approximation)
τ_{Fert}	Paramètres	3.14	Voir partie 2.2.2.2
W	Moyenne d'Unité de Travail Humain (UTH) par habitant	0.62 UTH.hab ⁻¹	Voir annexe E
$w_{Rente,Tot}$	Jours de travail par ha d'arachide pendant l'hivernage	80 j.UTH.ha ⁻¹	(Lericollais, 1999) p.269
$w_{Rente,Cont}$	Jours de travail par ha d'arachide pendant la période la plus contraignante	50 j.UTH.ha ⁻¹	(Lericollais, 1999) p.269
$w_{Viv,Tot}$	Jours de travail par ha de mil pendant l'hivernage	45 j.UTH.ha ⁻¹	(Lericollais, 1999) p.269
$w_{Viv,Cont}$	Jours de travail par ha de mil pendant la période la plus contraignante	32 j.UTH.ha ⁻¹	(Lericollais, 1999) p.269

TABLEAU A1 – Valeurs des paramètres utilisés dans le modèle

B Relation entre intensité de fumure et rendement de mil dans le champ de case

La relation entre le rendement du mil et l'intensité de fumure du champ de case est basée sur la figure B1 tirée de Manlay (2000).

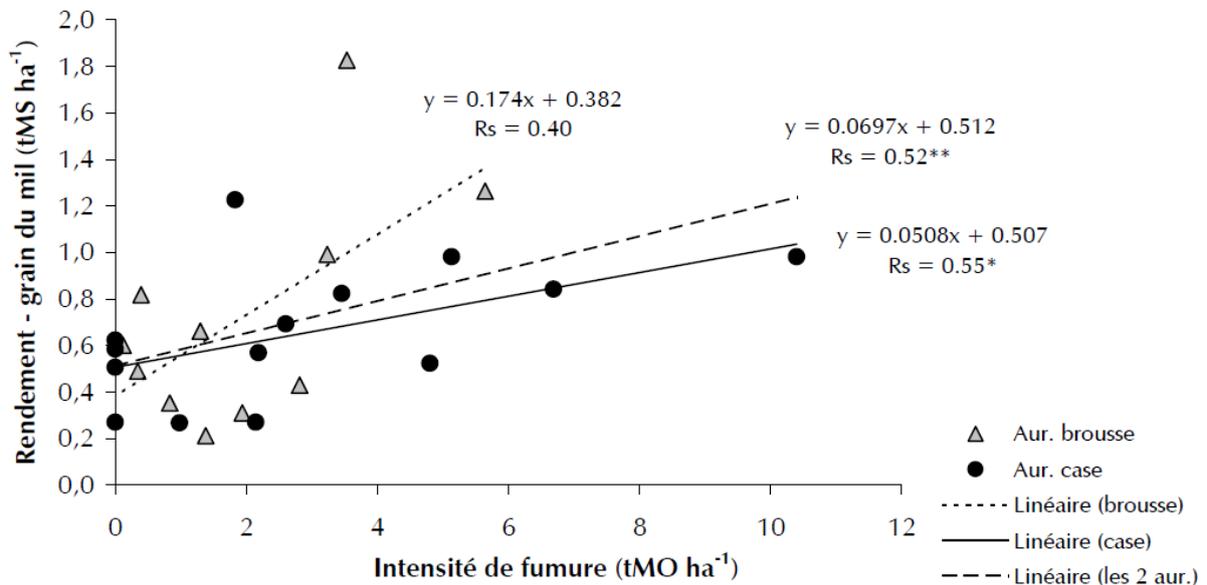


FIGURE B1 – Relation entre l'intensité de fumure et les rendements du mil dans différents champs (Manlay, 2000)

À cette régression linéaire doivent s'ajouter deux seuils :

- Il y a un besoin minimal de fumier de $2.5 \text{ tMS} \cdot \text{ha}^{-1}$ pour les cultures de céréales (De Ridder and Van Keulen, 1990; Berger, 1996). On suppose ici que les rendements sont nuls en dessous de ce seuil.
- Au delà de 6 tonnes de fumure par hectare, les rendements ne répondent plus linéairement à l'intensité de fumure (Fernandes, 2000; Gueye and Ganry, 1981). On suppose ici que le rendement en mil reste constant après $6 \text{ tMS} \cdot \text{ha}^{-1}$.

On obtient finalement la relation suivante :

$$\rho_{Viv,C} \text{ (tMS} \cdot \text{ha}^{-1}\text{)} = \begin{cases} 0 & \text{si } \frac{Q_{Fum,C}}{S_C} < 2.5 \\ 0.625 * (0.0881 * \frac{Q_{Fum,C}}{S_C} + 0.881) & \text{si } 2.5 < \frac{Q_{Fum,C}}{S_C} < 6 \\ 0.625 * (0.0881 * 6 + 0.881) & \text{si } \frac{Q_{Fum,C}}{S_C} > 6 \end{cases}$$

D'où l'on tire :

— $\rho_{Viv,Nom} = 0.625 \text{ tMS} \cdot \text{ha}^{-1}$

— $d_{Fum} = 0.0881 \text{ ha} \cdot \text{tMS}^{-1}$

— $o_{Fum} = 0.881$

C Relation entre la fertilité du champ de brousse et le rendement de mil

La relation entre l'indicateur de fertilité du champ de brousse I et le rendement de mil est basée sur les données issues de Akobundu et al. (1999). Dans cet article, les rendements en maïs sont collectés au Nigeria sur des champs soumis à différentes intensités de culture : une année de culture est suivi de 0, 1, 2 ou 3 années de jachère. Pour chacune des intensités, on peut définir l'indicateur I correspondant et étudier alors la valeur du rendement en fonction de I .

Il est nécessaire de multiplier I par un coefficient correctif ϵ . En effet, l'indicateur I correspond à la fertilité moyenne du champ de brousse. Suivant les cas, la valeur de la fertilité I dans la parcelle cultivée sera plus ou moins grande que sa moyenne sur le champ. La tableau C2 fournit la valeur de ce coefficient correctif en fonction de s_j :

s_j	0	1/6	1/3	1/2	2/3	5/6	1
ϵ	1	1.138	1.175	1.193	1.175	1.138	1

TABLEAU C2 – Valeur du paramètre correctif en fonction de s_j

La figure C2 représente le nuage de points formé par les couples $(\frac{\rho_{\text{Maïs}}}{\rho_{\text{Maïs,Max}}}, I)$ obtenus.

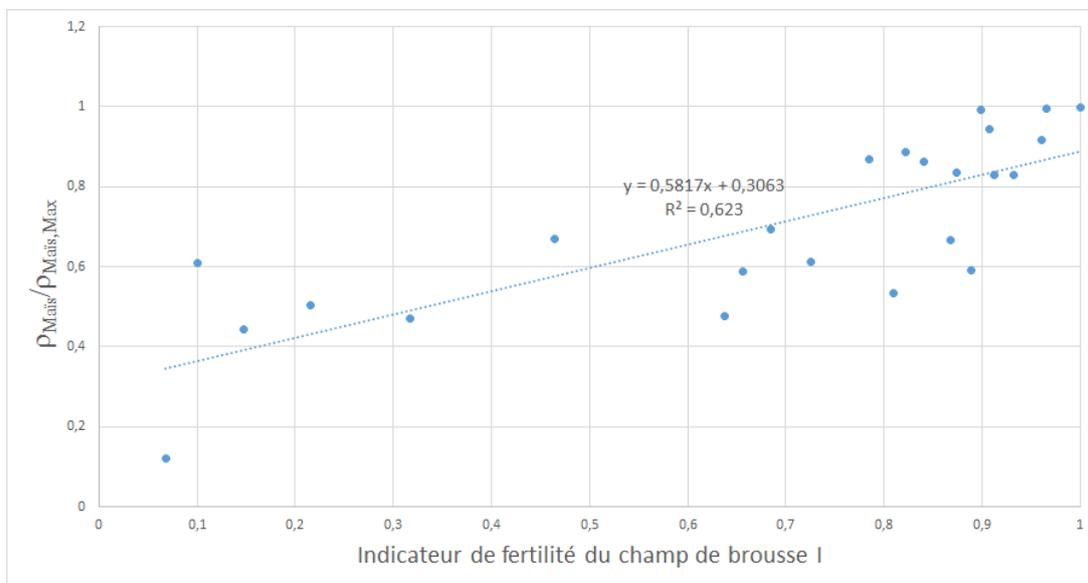


FIGURE C2 – Rendement en maïs (ramené au rendement maximal) en fonction de l'indicateur de fertilité I

Finalement, nous considérons que les rendements maximaux de mil obtenus dans le champ de case pour une intensité de fumure de 6 tMS.ha^{-1} correspondent aux rendements de mil obtenus sur une savane fraîchement défrichée, i.e. sur un sol de fertilité $I=1$. On obtient alors : $\rho_{Viv,B} = \rho_{Viv,Nom} * (0.82 * (\epsilon) * I + 0.432)$, d'où $d_I = 0.82$ et $o_I = 0.432$

D Relation entre la fertilité du champ de brousse et le rendement en fourrage de la jachère

La figure D3, tirée de Manlay (2000), présente l'évolution de la quantité de biomasse herbacée dans les jachères en fonction de l'âge de ces dernières.

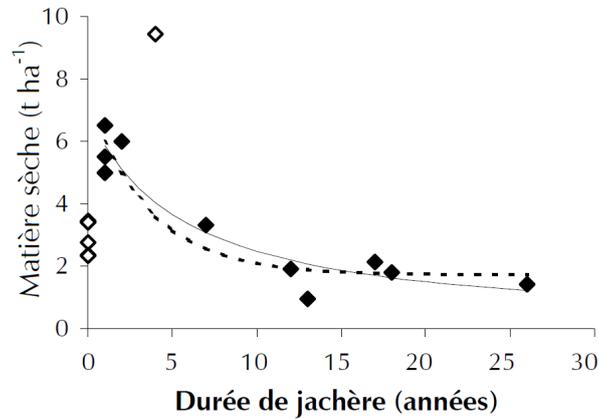


FIGURE D3 – Évolution de la biomasse herbacée en fonction de l'âge de la jachère

Afin de lier la quantité de biomasse herbacée produite par la jachère à l'indicateur de fertilité du champ de brousse, on calcule pour chacune des années explorées la valeur de l'indicateur I correspondant. La figure D4 représente la biomasse herbacée en fonction de l'indicateur I .

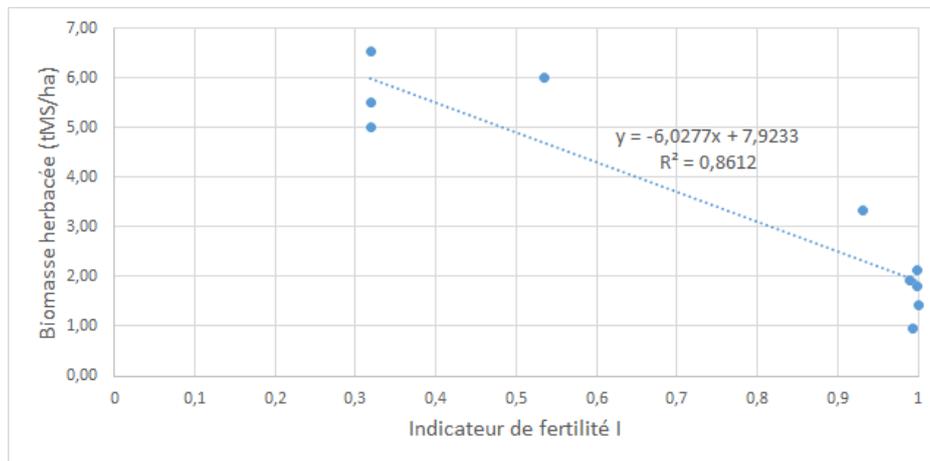


FIGURE D4 – Nuage de points formé par les couples (I, H_J)

Une régression linéaire nous donne alors : $H_J = 7.92 - 6.03 * I$, d'où $d_J = 6.03 \text{ tMS} \cdot \text{ha}^{-1}$
 et $o_J = 7.92 \text{ tMS} \cdot \text{ha}^{-1}$

E Calculs de M et W

Les paramètres M et W correspondent respectivement au nombre d'UN et d'UTH dans les champs par habitant. Il s'agit de moyennes temporelles générées à partir de la composition démographique du Sénégal.

Valeur de M

On peut associer à chaque individu un équivalent en UN suivant l'âge et le sexe (Adjamagbo et al., 2006).

UN	0-14 ans	+ de 15 ans
Homme	0.5	1
Femme	0.5	0.8

TABLEAU E3 – Équivalent UN en fonction de l'individu (Adjamagbo et al., 2006)

Cela permet de calculer, avec l'aide des données démographiques (Banque Mondiale, 2017), la moyenne d'UN par habitant sur la période 1960-2015 : voir figure E5.

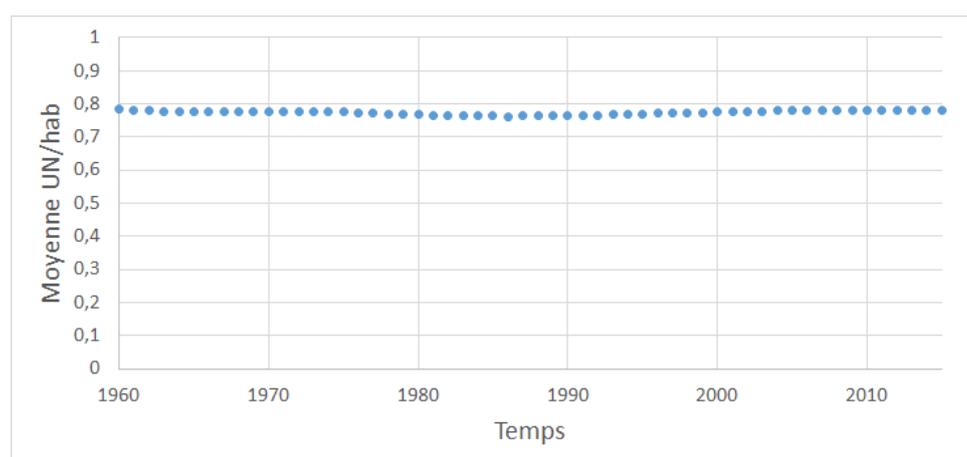


FIGURE E5 – Évolution de l'équivalent UN/hab sur la période 1960-2015

La moyenne d'UN par habitant évolue entre 0.71 et 0.726. On choisit de fixer M à la moyenne sur l'ensemble de la période 1960-2015 ce qui nous donne : $M = 0.72$

Valeur de W

Lericollais ajuste les normes ISRA et fournit les équivalents en UTH pour chaque individu (Lericollais, 1999) : voir tableau E4

UTH	0-8 ans	8-14 ans	15-60 ans	+ de 60 ans
Homme	0	0.8	1	0.2
Femme	0	0.2	0.5	0

TABLEAU E4 – Équivalent UTH en fonction de l'âge et du sexe de l'individu (Lericollais, 1999)

Cela permet de calculer, avec l'aide des données démographiques (Banque Mondiale, 2017), la moyenne d'UTH par habitant sur la période 1960-2015 : voir figure E6.

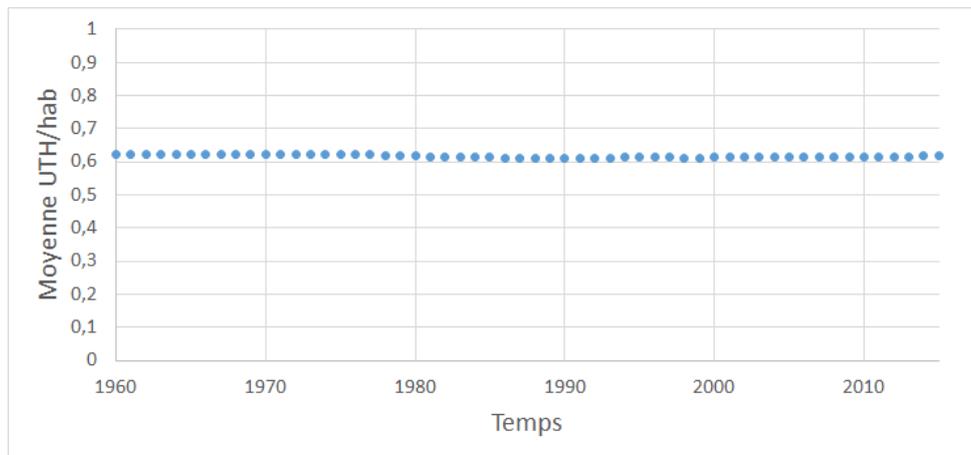


FIGURE E6 – Évolution de l'équivalent UTH/hab sur la période 1960-2015

La moyenne d'UTH par habitant évolue entre 0.611 et 0.624. On choisit de fixer W à la moyenne sur l'ensemble de la période 1960-2015 ce qui nous donne : $W = 0.62$

F Rapport de conversion entre culture de rente et bétail

Le paramètre e_{prix} correspond à l'équivalent de conversion entre une tonne d'arachide et une UBT, soit $e_{prix} = \frac{p_{t,Rente}}{p_{UBT}}$. Il est calculé grâce aux statistiques de la FAO (FAO, 2017) fournissant, entre 1991 et 2011, le prix de la tonne de gousse d'arachide d'une part et de la tonne de poids vif de bétail d'autre part.

La figure F7 représente le nuage de points formé par les couples (Groundnuts with shell (USD/t); Meat live weight cattle (USD/UBT)).

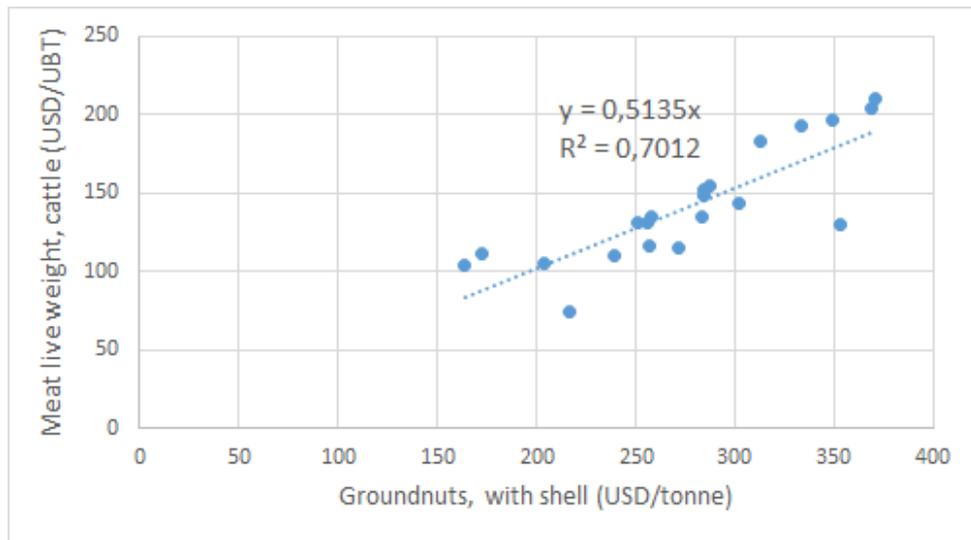


FIGURE F7 – Nuages de points formé par les couples de prix de l'arachide à la tonne et du bétail à l'UBT

Le coefficient e_{prix} est alors approché par une régression linéaire ($R^2=0.70$).
On obtient $e_{prix} = 0.5$

G Cycle métabolique du bétail

Les données sur les paramètres du métabolisme du bétail sont tirées de l'article Ickowicz et al. (1998), résultats d'une étude au village Saré Yoro Bana en Haute Casamance. Les ingestions et excréctions du bétail y sont quantifiées tout au long de l'année : voir figure G8.

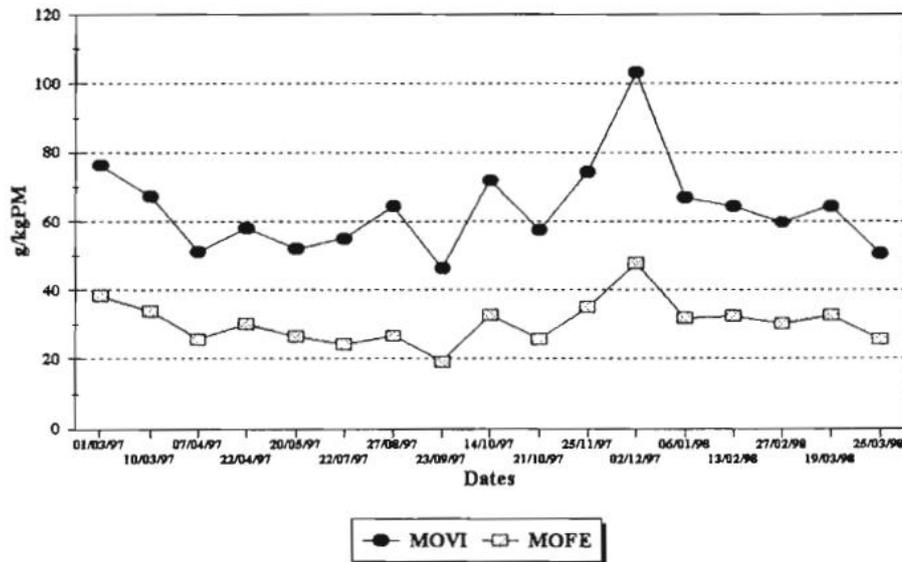


FIGURE G8 – Évolution des quantités quotidiennes de matière organique volontairement ingérée (MOVI) et fécale excrétée (MOFE) par les bovins selon la saison (Ickowicz et al., 1998)

Cela nous permet tout d'abord de calculer le besoins quotidien moyen en fourrage d'une UBT. Avec une quantité quotidienne moyenne de MOVI de 63.9g/kgPM, on obtient $B_{UBT} = 4.0 * 10^{-3} \text{ tMS.UBT}^{-1}.\text{j}^{-1}$

On peut ensuite en déduire le rapport moyen $m_{UBT} = \frac{MOFE}{MOVI}$ en traçant le nuage de points formé par les couples $(MOVI, MOFE)$: voir figure G9.

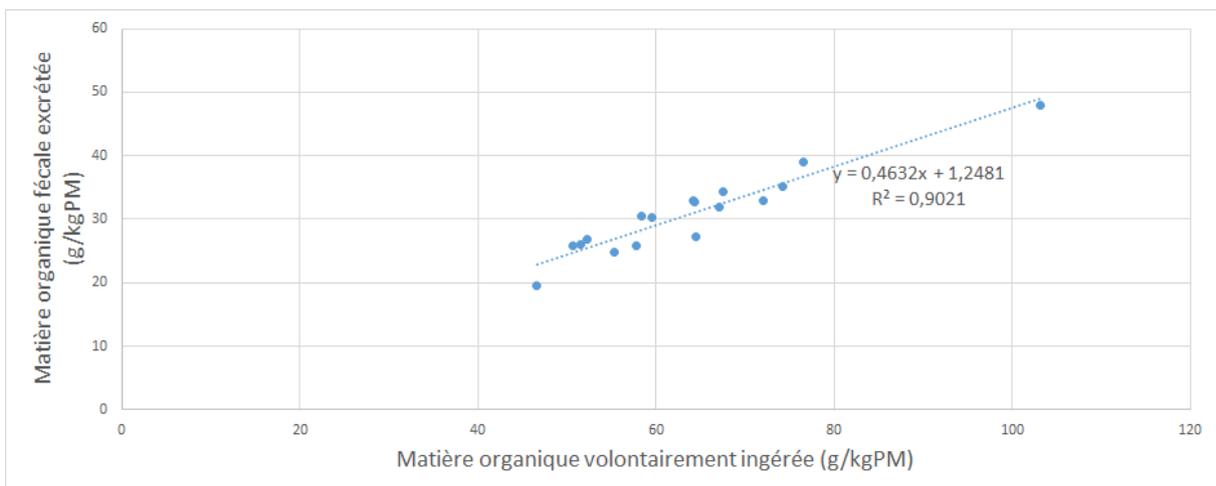


FIGURE G9 – Nuage de points formé par les couples (MOVI,MOFE) (Ickowicz et al., 1998)

La régression linéaire nous donne alors : $m_{UBT} = \frac{MOFE}{MOVI} = 0.46$